

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐÀ LẠT**

TRẦN GIA LỘC

**KHAI TRIỂN TIỆM CẬN CÁC
TÍCH PHÂN KỶ DỊ**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ NGÀNH TOÁN HỌC

Đà Lạt – 2014

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC ĐÀ LẠT**

TRẦN GIA LỘC

**KHAI TRIỂN TIỆM CẬN CÁC
TÍCH PHÂN KỶ DỊ**

Chuyên ngành: Toán Giải Tích

Mã số: 62.46.01.01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

- 1. GS. TSKH. Lê Dũng Tráng**
- 2. TS. Trịnh Đức Tài**

Đà Lạt - 2014

LỜI CAM ĐOAN

Luận án này được viết bởi chính tôi, các kết quả liên quan đến luận án là của tôi hoặc của tôi làm việc chung với GS.TSKH. Lê Dũng Tráng, PGS.TSKH. Hà Huy Vui, TS. Trịnh Đức Tài. Các kết quả khác được sử dụng để viết luận án đều được trích dẫn đầy đủ.

Các kết quả của tôi hoặc của tôi làm việc chung với các nhà toán học trên là mới và chưa công bố trong bất kỳ công trình của ai khác. PGS.TSKH. Hà Huy Vui, TS. Trịnh Đức Tài đã đồng ý cho tôi sử dụng các kết quả nghiên cứu chung của tôi với họ để viết luận án này.

Luận án này được viết và hoàn thành tại Viện Toán học và Trường Đại học Đà Lạt, dưới sự hướng dẫn khoa học của GS.TSKH. Lê Dũng Tráng, PGS.TSKH. Hà Huy Vui và TS. Trịnh Đức Tài; đã được ba nhà Toán học trên đọc, góp ý và sửa chữa.

Đà Lạt, ngày 01 tháng 08 năm 2014

Trần Gia Lộc

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên tôi bày tỏ lòng biết ơn cố PGS.TSKH. Nguyễn Hữu Đức, người đã dạy và hướng dẫn tôi làm luận văn Thạc sĩ, đã dẫn dắt tôi đến với lý thuyết kỳ dị, đã khuyến khích động viên tôi tiếp tục làm nghiên cứu sinh và dành cho tôi sự quan tâm sâu sắc. Đặc biệt, ông đã giới thiệu tôi theo học và làm việc với GS.TSKH. Lê Dũng Tráng để hoàn thành luận án này.

Luận án này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học của GS.TSKH. Lê Dũng Tráng. Thầy đã đặt ra các bài toán một cách tường minh giúp tôi nhanh chóng định hướng nghiên cứu của mình. Dù bận rộn với công việc và gặp vấn đề về sức khỏe, nhưng Thầy vẫn kiên trì theo dõi và động viên tôi làm việc, đã dành cho tôi một sự quan tâm đặc biệt, đã đề xuất các hướng nghiên cứu và đưa ra các câu hỏi xác đáng, giúp tôi tự tin vượt qua những khó khăn để hoàn thành luận án. Qua kiến thức uyên bác và sự hướng dẫn của Thầy, tôi đã biết và hiểu rõ giá trị của một số lĩnh vực Toán học. Tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn đến Thầy.

Tôi xin trân trọng cảm ơn TS. Trịnh Đức Tài đã dành cho tôi những buổi seminar và những lần trao đổi bổ ích, giúp tôi vượt qua sự bỡ ngỡ ban đầu để giải quyết bài toán của GS. Lê Dũng Tráng đặt ra cho tôi, đã đọc và có những ý kiến xác đáng giúp tôi chỉnh sửa luận án này.

Luận án này không thể hoàn thành nếu không có sự giúp đỡ và hướng dẫn khoa học của PGS.TSKH. Hà Huy Vui. Từ cuối năm 2008, thầy đã quan tâm động viên, khuyến khích và nhẫn nại dành thời gian dạy và hướng dẫn tôi vượt qua những khó khăn ban đầu để đọc các công trình của B. Malgrange liên quan đến các bài toán mà GS. Lê Dũng Tráng đặt ra cho tôi. Đặc biệt từ năm 2011, Thầy đã đặt ra bài toán tìm tiệm cận thể tích và tiệm cận số điểm nguyên của một tập nửa đại số cho tôi, kiên trì hướng dẫn tôi giải quyết bài toán đó để hoàn thành luận án này. Tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn đến Thầy.

Tôi trân trọng cảm ơn PGS.TS. Tạ Lê Lợi, PGS.TS. Phạm Tiến Sơn, TS. Đỗ Nguyên Sơn và nhóm seminar lý thuyết kỳ dị của Khoa Toán - Đại học Đà Lạt đã dành cho tôi những buổi seminar bổ ích, sẵn sàng chia sẻ kiến thức, đã quan tâm

hỗ trợ vật chất và tinh thần cho tôi trong quá trình nghiên cứu.

Tôi xin cảm ơn Ban giám hiệu Trường Đại học Đà Lạt, Phòng Đào Tạo Đại học và Sau Đại học, Phòng NCKH-HTQT, Khoa Sau Đại học, Khoa Toán Tin học của trường Đại học Đà Lạt; Ban giám hiệu Trường Cao đẳng Sư phạm Đà Lạt đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình làm nghiên cứu sinh tại Trường Đại học Đà Lạt.

Tôi trân trọng cảm ơn Viện Toán học, Phòng Hình học và Tôpô, nhóm seminar kỳ dị của Viện Toán học đã hỗ trợ vật chất và điều kiện làm việc thuận lợi cho tôi trong những lần tôi đến Viện Toán học để học tập và nghiên cứu dưới sự hướng dẫn của PGS. TSKH. Hà Huy Vui.

Tất nhiên luận án này không thể hoàn thành nếu không có sự hậu thuẫn, cảm thông, chia sẻ và động viên của gia đình tôi trong suốt thời gian tôi làm nghiên cứu sinh. Lời cảm ơn cuối cùng này tôi xin dành cho gia đình thân yêu của tôi.

Đà Lạt, 09 tháng 08 năm 2014

Trần Gia Lộc

Mục lục

LỜI CAM ĐOAN	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iv
Danh sách hình vẽ	vii
Danh sách các ký hiệu	viii
Tóm tắt	xii
Mở đầu	1
Các Hội nghị và Seminar có báo cáo kết quả của luận án	5
Các công trình của tác giả liên quan đến luận án	6
1 Tổng quan về tích phân kỳ dị dao động	7
1.1 Mở đầu	7
1.2 Phương pháp pha dừng	9
1.2.1 Trường hợp hàm pha không có điểm kỳ dị trong $supp(f)$	10
1.2.2 Trường hợp hàm pha có kỳ dị không suy biến	11
1.3 Tích phân dao động trong trường hợp một chiều	13
1.3.1 Địa phương hóa	13
1.3.2 Đánh giá tích phân dao động một chiều	14
1.3.3 Tiệm cận	17
1.4 Tích phân dao động trong trường hợp nhiều chiều	18
1.5 Trường hợp hàm pha là đa thức	21
1.6 Đa diện Newton và tích phân dao động	24
1.6.1 Chỉ số dao động và chỉ số kỳ dị	25
1.6.2 Đa diện Newton	26
1.6.3 Đa diện Newton và đánh giá tích phân dao động	28
1.7 Tích phân dao động phụ thuộc tham số	29

1.8	Tiệm cận thể tích	30
1.8.1	Dạng Gelfand-Leray	30
1.8.2	Thể tích của tập dưới mức	31
1.8.3	Tích phân kiểu Laplace	31
2	Đa thức Bernstein-Sato và hàm gamma suy rộng	33
2.1	Đơn đạo của một kì dị cô lập	33
2.2	Đa thức Bernstein-Sato	35
2.3	Đa thức Bernstein-Sato và thác triển giải tích của hàm f^s	40
2.4	Hàm gamma suy rộng	42
2.4.1	Khảo sát giả thuyết 2.4.1 bằng cách sử dụng tính chất của hàm gamma	44
2.4.2	Một điều kiện đủ cho phương trình hàm (2.3)	45
2.5	Hàm gamma ứng với $f(t) = t^k$	46
2.5.1	Tính chất của Γ_{t^k}	47
2.5.2	Khai triển tiệm cận của Γ_{t^k}	50
2.5.3	Quan hệ giữa Γ_{t^k} và Γ_k	51
2.6	Hàm zeta và hàm beta suy rộng	53
2.6.1	Hàm f -beta và hàm f -zeta	54
2.6.2	Các hàm t^k -beta và t^k -zeta	55
2.7	Phương trình hàm của Γ_f với f là đa thức bậc hai	56
3	Tiệm cận số điểm nguyên và tiệm cận thể tích của các tập nửa đại số	58
3.1	Mở đầu	58
3.2	Phát biểu các kết quả	60
3.3	Các chứng minh	64
3.3.1	Chứng minh Định lý 3.2.1	66
3.3.2	Chứng minh Định lý 3.2.2	73
3.3.3	Chứng minh Định lý 3.2.3	76
3.4	Các ví dụ	79
	KẾT LUẬN	85
A	Các khái niệm cơ bản	87
A.1	Không gian L^p	87
A.2	Không gian L^∞	88
A.3	Các ký hiệu \sim , \asymp , o , và O	88

A.4 Tập nửa đại số	88
A.5 Đa thức monic	89
B Mở đầu về đồng điều đơn hình và đồng điều kỳ dị	90
B.1 Nhóm đồng điều đơn hình	90
B.1.1 Đơn hình	90
B.1.2 Phức đơn hình	91
B.1.3 Hướng của phức đơn hình	92
B.1.4 Nhóm các dây chuyền p chiều	93
B.1.5 Các số Betti và đặc trưng Euler	96
B.2 Đồng điều kỳ dị	96
B.2.1 Quan hệ giữa đồng điều đơn hình và đồng điều kỳ dị	98
Các thuật ngữ	99
Tài liệu tham khảo	101

Danh sách hình vẽ

1.1	Đa diện Newton của K	26
1.2	(a) Đa diện Newton của ϕ , (b) Lược đồ Newton của ϕ	27
2.1	Phân thớ Milnor	34
3.1	(a) - đa diện Newton của f (b) - đa diện Newton của f tại vô cùng	60
3.2	(a) - đa diện Newton của g (b) - đa diện Newton của g tại vô cùng	61
B.1	Các đơn hình	91
B.2	Các phức đơn hình	91
B.3	Không là phức đơn hình	91
B.4	Tam giác phân của băng Möbius	92
B.5	Đơn hình 2 chiều định hướng	93
B.6	Đơn hình 3 chiều định hướng	94
B.7	Các đơn hình chuẩn	97
B.8	Các đơn hình kỳ dị	97

Danh sách các ký hiệu

Các chuẩn và không gian

$\ \cdot \ _{L^p}$	chuẩn L^p	87
$\ f \ _{L^p}$	$(\int_{\mathbb{R}^d} f(x) ^p dx)^{\frac{1}{p}}$ - chuẩn L^p của f	87
$\ \cdot \ _{L^\infty}$	chuẩn L^∞	88
$\ f \ _{L^\infty}$	chuẩn L^∞ của f	88
$\ f \ _{C^N(\Omega)}$	$\max_{x \in \Omega} \sum_{ \alpha \leq N} D^\alpha f(x) $	10
$\ P \ $	$\sum_{0 < \alpha \leq d} a_\alpha $, chuẩn của đa thức $P(x) = \sum_{0 \leq \alpha \leq d} a_\alpha x^\alpha$	22
$L^p(X, \mathcal{F}, \mu)$	ký hiệu tắt $L^p(X)$, hoặc L^p	87
$L^1(X, \mathcal{F}, \mu)$	không gian tất cả các hàm khả tích trên X	87
$L^\infty(X, \mathcal{F}, \mu)$	còn ký hiệu tắt là L^∞	88
$C^\infty(\Omega, \mathbb{R})$	Không gian các hàm nhận giá trị thực, khả vi vô hạn trên Ω	10
$C_0^\infty(\Omega)$	Không gian các hàm trơn có giá compact trong Ω	9
$C^\infty(\Omega)$	Không gian các khả vi vô hạn trong Ω	9
\mathcal{O}_X	bó các hàm giải tích trên X	34

Các tích phân và phép biến đổi tích phân

$\mathcal{F}(f)$	$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix\xi} f(x) dx$, phép biến đổi Fourier của f	30
$\mathcal{H}f(x)$	$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{x-t} dt$, $-\infty < x < +\infty$, phép biến đổi Hilbert của f	7
$\mathcal{L}\{f(t); \alpha\}$	$\int_0^\infty e^{-\alpha t} f(t) dt$, $Re(\alpha) > 0$ - phép biến đổi Laplace của f	47
$\langle f_+^s, \varphi \rangle$	$\int_{\mathbb{R}^n} \varphi(x) f_+^s dx$	40
$\int_{\mathbb{R}^n} e^{i\lambda\phi(x)} f(x) dx$	tích phân dao động loại I	8