ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

-----✍📖✍-----

NGUYỄN THỊ TÂM

HỆ ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH TRÊN THANG THỜI GIAN

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ TÂM

HỆ ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH TRÊN THANG THỜI GIAN

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

Giáo viên hướng dẫn: PGS.TS. Tạ Duy Phượng

Thái Nguyên – 2014

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận văn này không trùng lặp với các khóa luận, luận văn, luận án và các công trình nghiên cứu đã công bố.

Nguyễn Thị Tâm

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành đến PGS.TS. Tạ Duy Phượng - người đã hướng dẫn tỉ mỉ, tận tình không chỉ về mặt khoa học mà cả về cách trình bày một văn bản khoa học, để tôi hoàn thành luận văn này một cách tốt nhất.

Tôi cũng xin chân thành cảm ơn các thầy cô giáo khoa Toán trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu khoa học, giúp tôi hoàn thành khóa cao học một cách thuận lợi.

Cuối cùng, xin gửi lời cảm ơn đến gia đình, người thân, bạn bè đã luôn ở bên cạnh động viên, chia sẻ và chăm sóc cho tôi trong quá trình học tập cũng như trong cuộc sống.

Nguyễn Thị Tâm

MỤC LỤC

BẢNG KÍ HIỆU

$\mathbb{T}$ = Thang thời gian.

$\mathbb{T}^k = \mathbb{T}\backslash\{M\}$ nếu $\mathbb{T}$ có phần tử lớn nhất M là điểm cô lập trái; trùng với $\mathbb{T}$ trong các trường hợp còn lại.

$\mathbb{T}_\tau = \{t \in \mathbb{T} : t \geq \tau\}$.

$\mathbb{N}$ = Tập tất cả các số tự nhiên.

$\mathbb{N}_0$ = Tập tất cả các số tự nhiên khác 0.

$\mathbb{Z}$ = Tập tất cả các số nguyên.

$\mathbb{Q}$ = Tập tất cả các số hữu tỷ.

$\mathbb{R}$ = Tập tất cả các số thực.

$\mathbb{R}_+$ = Tập tất cả các số thực không âm.

$\mathbb{C}$ = Tập tất cả các số phức.

$C(X,Y)$ = Tập các hàm liên tục từ X vào Y.

$C_{rd}(\mathbb{T}, X)$ = Tập tất cả các hàm: $\mathbb{T} \to X$ là rd − liên tục.

$C_{1\,rd}(\mathbb{T}, X)$ = Tập tất cả các hàm: $\mathbb{T} \to X$ là khả vi rd − liên tục.

$C_{rdR}(\mathbb{T}, X)$ = Tập tất cả các hàm: $\mathbb{T}^k \to X$ là rd − liên tục và hồi quy.

$L(X)$ = Tập tất cả các toán tử tuyến tính liên tục từ X vào X.

$\sigma(A)$ = Tập tất cả các giá trị riêng của A.

MỞ ĐẦU

Giải tích trên thang thời gian, lần đầu tiên được trình bày bởi Stefan Hilger trong luận án tiến sĩ của Ông [6] vào năm 1988 (dưới sự hướng dẫn của Bernd Aulbach) nhằm thống nhất giải tích liên tục và rời rạc. Nghiên cứu giải tích trên thang thời gian (xem [2], [3]) đã dẫn đến một số áp dụng quan trọng, chẳng hạn trong nghiên cứu về mô hình mật độ côn trùng, nghiên cứu về hệ thần kinh, quá trình biến đổi nhiệt, cơ học lượng tử và mô hình bệnh dịch.

Việc phát triển lý thuyết *hệ động lực trên thang thời gian* (xem [2], [3], [4], [5], [7]) dẫn đến các kết quả tổng quát và do đó có thể áp dụng cho các thang thời gian tổng quát chứa các trường hợp liên tục và rời rạc như là các trường hợp riêng. Ta biết rằng, có nhiều kết quả của hệ phương trình vi phân được thực hiện khá dễ dàng và tự nhiên cho phương trình sai phân. Tuy nhiên, có những kết quả dễ dàng trình bày cho phương trình vi phân lại không hề đơn giản cho phương trình sai phân và ngược lại. Việc nghiên cứu phương trình động lực tuyến tính trên thang thời gian cho ta một cái nhìn tổng quát để khắc phục tính không nhất quán này giữa phương trình vi phân liên tục và phương trình sai phân rời rạc.

Ta có thể lấy thang thời gian là tập các số thực, kết quả tổng quát thu được sẽ trở về với kết quả trong phương trình vi phân thường. Nếu lấy thang thời gian là tập các số nguyên, kết quả tổng quát thu được sẽ trở về với kết quả trong phương trình sai phân. Tuy nhiên, các thang thời gian có cấu trúc phong phú hơn tập số thực và tập số nguyên nên kết quả thu được là tổng quát hơn nhiều so với các kết quả trên tập các số thực và trên tập các số nguyên. Do vậy, đặc trưng cơ bản của các thang thời gian là thống nhất và mở rộng.

Mục đích của luận văn này là trình bày một cách hệ thống một số tính chất định tính của hệ động lực trên thang thời gian: tính điều khiển được và quan sát được, tính ổn định và ổn định hóa, chủ yếu dựa trên [4], [5] và [7].

Luận văn gồm hai chương:

Chương 1 trình bày các kiến thức cơ sở về giải tích trên thang thời gian theo [2], [3]. Chương 2 trình bày các tính chất định tính của hệ động lực tuyến tính trên thang thời gian theo [4], [5] và [7]. Chương này tập trung nghiên cứu về tính điều khiển được, tính quan sát được, tính ổn định hóa được trong trường hợp hệ động lực trên thang thời gian là các hệ tuyến tính với hệ số hằng hoặc hệ số thay đổi theo thời gian . Tính ổn định trên thang thời gian đã bắt đầu được nghiên cứu ở Việt Nam do nhóm nghiên cứu của Giáo sư Nguyễn Hữu Dư (xem [1]).

Hi vọng luận văn này sẽ được các sinh viên và học viên cao học quan tâm đến một lĩnh vực mới của toán học là thang thời gian và hệ động lực trên thang thời gian.

Chương 1

GIẢI TÍCH TRÊN THANG THỜI GIAN

1.1 Thang thời gian

1.1.1 Định nghĩa thang thời gian

Định nghĩa 1.1 Một tập con đóng, khác rỗng của tập số thực $\mathbb{R}$ được gọi là t*hang thời gian* (time scale). Thang thời gian thường được ký hiệu là $\mathbb{T}$.

Ví dụ 1.1.1

Các tập $\mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{N}^*, [2;5], [6;7] \cup \mathbb{N}$, $\mathbb{T} = \bigcup_{k=0, k\in\mathbb{N}}^{\infty} [2k, 2k+1]$ là các thang thời gian.

Các tập $\mathbb{Q}, \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}, (0;1)$ không phải là thang thời gian vì chúng tuy nằm trong $\mathbb{R}$ nhưng không phải là tập đóng trong $\mathbb{R}$.

Các tập $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}^n$ không là thang thời gian vì không nằm trong $\mathbb{R}$.

Ta giả sử xuyên suốt rằng: Thang thời gian $\mathbb{T}$ có một tôpô được cảm sinh từ tôpô trên tập các số thực $\mathbb{R}$. Vì vậy từ nay về sau các khái niệm và ngôn từ *tập mở, tập đóng, lân cận, giới hạn,*…được hiểu là các *tập mở, tập đóng, lân cận, giới hạn,*…trong tôpô cảm sinh.

1.1.2 Các định nghĩa cơ bản

Định nghĩa 1.2 Cho $\mathbb{T}$ là thang thời gian.

Ánh xạ $\sigma: \mathbb{T} \to \mathbb{T}$ được xác định bởi công thức $\sigma(t) := \inf\{s \in \mathbb{T}: s > t\}$ được gọi là *toán tử nhảy tiến* (forward jump) trên thang thời gian $\mathbb{T}$.

Ánh xạ $\rho: \mathbb{T} \to \mathbb{T}$ được xác định bởi công thức $\rho(t) := \sup\{s \in \mathbb{T}: s < t\}$ được gọi là *toán tử nhảy lui* (backward jump) trên thang thời gian $\mathbb{T}$.

Quy ước:

$\inf\varnothing = \sup\mathbb{T}$ (tức là, nếu $t = \max\ \mathbb{T}$ thì $\sigma(t) = t$);

$\sup\varnothing = \inf\ \mathbb{T}$ (tức là, nếu $t = \min\ \mathbb{T}$ thì $\rho(t) = t$).