ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRẦN THỊ HOÀNG ANH

PHƯƠNG PHÁP CHIẾU CHO BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRÊN TẬP ĐIỂM BẤT ĐỘNG CỦA MỘT ÁNH XẠ KHÔNG GIÃN

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
MÃ SỐ: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. PHẠM NGỌC ANH

Thái Nguyên - 2014

Công trình được hoàn thành tại
Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Phạm Ngọc Anh

Phản biện 1: ....
....

Phản biện 2: ....
....

Luận văn sẽ được bảo vệ trước hội đồng chấm luận văn họp tại:
Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên
Ngày .... tháng .... năm 2014

Có thể tìm hiểu tại
Thư Viện Đại Học Thái Nguyên

MỤC LỤC

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc với PGS.TS. Phạm Ngọc Anh (Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông), người thầy đã trực tiếp hướng dẫn tận tình và động viên tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu vừa qua.

Xin chân thành cảm ơn tới các thầy, cô giáo trong Khoa Toán - Tin, Phòng Đào tạo, các bạn học viên lớp Cao học Toán K6B trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, và các bạn đồng nghiệp đã tạo điều kiện thuận lợi, động viên tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới gia đình và người thân luôn khuyến khích, động viên tác giả trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Mặc dù có nhiều cố gắng nhưng luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế. Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, 2014 **Trần Thị Hoàng Anh**

Học viên Cao học Toán K6B,

Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuyết bất đẳng thức biến phân ra đời vào những năm 60, là một công cụ mạnh và thống nhất để nghiên cứu các bài toán cân bằng. Theo Harker và Pang, bài toán bất đẳng thức biến phân được giới thiệu lần đầu tiên vào năm 1966 bởi Hartman và Stampacchia. Những nghiên cứu đầu tiên về bất đẳng thức biến phân liên quan tới việc giải các bài toán biến phân, bài toán điều khiển tối ưu và các bài toán biên có dạng của phương trình đạo hàm riêng. Bài toán biến phân trong không gian vô hạn chiều và các ứng dụng của nó được giới thiệu trong cuốn sách *"An introduction to variational inequalities and their application"* của Kinderlehrer và Stampacchia xuất bản năm 1980 và trong cuốn sách *"Variational and quasivariational inequalities: Application to free boundry problems"* của Baiocchi và Capelo xuất bản năm 1984.

Bài toán bất đẳng thức biến phân có quan hệ mật thiết với các bài toán tối ưu khác. Bài toán bù phi tuyến, xuất hiện vào năm 1964 trong luân án tiến sĩ của Cottle, là một trường hợp đặc biệt của bài toán bất đẳng thức biến phân. Gần đây, bài toán bất đẳng thức biến phân cũng là một đề tài được nhiều người quan tâm nghiên cứu. Nhiều tác giả đã quan tâm và xây dựng các kỹ thuật để giải quyết bất đẳng thức biến phân và vấn đề tối ưu hóa liên quan. Một ứng dụng quan trọng của bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của một ánh xạ không giãn là mô hình định tuyến lưu lượng mạng điện thoại CDMA (Viết tắt của Code - Division mutiple access data network) được đăng trong bài báo *"Fixed point optimization algorithm and its Application to power control in CDMA data networks"*, Iiduka,

H. (2010), Mathematical Programming, Series A, doi 10.1007/s10107-010-0427-x.[10] Bài toán đặt ra là tìm một phương án tối ưu lưu lượng trên các đường truyền nhằm đạt được chất lượng dịch vụ tốt nhất cho tất cả các đường truyền kết nối trên mạng với một mạng dữ liệu cho trước.

Trong luận văn này, chúng ta xét một số phương pháp giải bài toán bất đẳng thức biến phân là tìm điểm $x^* \in Fix(T)$ sao cho

$$\langle (A - \gamma f)x^*, x - x^* \rangle \geq 0, \quad \forall x \in Fix(T),$$

với T là ánh xạ không giãn của tập con lồi, đóng, khác rỗng C của không gian Hilbert thực H, $A : C \to H$ là toán tử tuyến tính bị chặn, dương mạnh, và $f : C \to H$ là ánh xạ co với hệ số ρ. Luận văn đề cập đến hai thuật toán để giải quyết bài toán bất đẳng thức biến phân: Thuật toán chiếu dạng ẩn

$$x^t = TPr_C[I - t(A - \gamma f)]x^t, \quad \forall t \in (0, 1),$$

và thuật toán chiếu dạng hiện

$$x^{n+1} = \beta_n x^n + (1 - \beta_n)TPr_C[I - \alpha_n(A - \gamma f)]x^n, \quad \forall n \geq 0.$$

Đồng thời, luận văn đã chứng minh sự hội tụ mạnh của hai thuật toán này đến nghiệm duy nhất của bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của một ánh xạ không giãn $(VIFIX)$ trong không gian Hilbert thực. Nội dung chính của luận văn được viết trong bài báo *"Algorithms Construction for Variational Inequalities"*, Yonghong Yao, Yeong - Cheng Liou and Shin Min Kang (2011), Fixed point Theory Appications, doi: 10.1155/ 2011/794203, ID 794203.[11]

Chương 1. Các kiến thức cơ bản về ánh xạ không giãn và bất đẳng thức biến phân. Chương này nhắc lại các kiến thức cơ bản về không gian Hilbert, bài toán bất đẳng thức biến phân, các ví dụ, các kiến thức về ánh xạ không giãn, điểm bất động của ánh xạ không giãn, phép chiếu và mối quan hệ với bất đẳng thức biến phân.

Chương 2. Phương pháp chiếu dạng ẩn để giải bài toán $(VIFIX)$. Chương này trình bày phương pháp chiếu mở rộng dạng ẩn và phương pháp ánh xạ co để giải bài toán $(VIFIX)$.

Chương 3. Phương pháp chiếu dạng hiện để giải bài toán $(VIFIX)$. Chương này trình bày phương pháp chiếu mở rộng, phương pháp tối ưu hóa điểm bất động và ứng dụng của phương pháp này.

Thái Nguyên, tháng 06 năm 2014

Học viên

Trần Thị Hoàng Anh

MỘT SỐ KÍ HIỆU - CHỮ VIẾT TẮT

$\mathbb{R}^n$	không gian Euclide n-chiều
H	không gian Hilbert thực
$\|\beta\|$	trị tuyệt đối của số thực β
$x := y$	x được gán bằng y
$\forall x$	với mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$\\| x \\|$	chuẩn của véc tơ x
$\langle x, y \rangle$	tích vô hướng của hai véc tơ x, y
$A \subset B$	tập A là tập con thực sự của tập B
$A \subseteq B$	tập A là tập con của B
$A \cup B$	A hợp với B
$A \cap B$	A giao với B
$A \times B$	tích Đề-các của hai tập A và B
$\text{argmin}\{f(x) \mid x \in C\}$	tập các điểm cực tiểu của hàm f trên C
$\delta_C(\cdot)$	hàm chỉ trên C
$x^n \to x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^n \rightharpoonup x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ yếu tới x
$Pr_C(x)$	phép chiếu mêtric, hay còn gọi là phép chiếu trực giao của điểm x trên tập C
$\overline{\lim} := \limsup$	giới hạn trên
$\underline{\lim} := \liminf$	giới hạn dưới
$\overline{co}$	bao lồi đóng
VI	bài toán bất đẳng thức biến phân

$VIFIX$	bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động
$THVI$	bài toán bất đẳng thức biến phân tam cấp
BVI	bài toán bất đẳng thức biến phân hai cấp
$VI(F, C)$	bài toán bất đẳng thức biến phân với ánh xạ giá F trên C
$DVI(F, C)$	bài toán đối ngẫu của bài toán VI
$B(O, R)$	hình cầu tâm O bán kính R
$CP(F, C)$	bài toán bù tuyến tính
F_C^{nat}	ánh xạ giá tự nhiên
$Sol(F, C)$	tập nghiệm của bài toán VI
$Sol(F, C)^*$	tập nghiệm của bài toán đối ngẫu DVI
I	ánh xạ đồng nhất
$\partial f(x)$	dưới vi phân của f tại x
$N_C(x)$	nón pháp tuyến tại điểm x trên tập C
$Fix(S)$	tập điểm bất động của ánh xạ S