ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐỖ THỊ LỆ THU

PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN HỮU HẠN VÀ ỨNG DỤNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH POISSON VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN HỖN HỢP

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐỖ THỊ LỆ THU

PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN HỮU HẠN VÀ ỨNG DỤNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH POISSON VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN HỖN HỢP

Chuyên ngành : TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số : 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Hướng dẫn khoa học:
TS. ĐẶNG THỊ OANH

Thái Nguyên - 2014

Mục lục

LỜI CẢM ƠN

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Tiến sỹ Đặng Thị Oanh - Trường Đại học Công nghệ Thông Tin và Truyền Thông, ĐHTN, đã hướng dẫn và chỉ bảo tận tình để em có thể hoàn thành luận văn này.

Em cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới các Thầy Cô giáo trong trường Đại học Khoa Học, Đại Học Thái Nguyên, Phòng Đào Tạo trường Đại học Khoa Học đã dạy bảo em tận tình trong suốt quá trình học tập tại khoa. Đồng thời em cũng xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao học Toán K6A - Trường Đại học Khoa Học đã động viên giúp đỡ em trong quá trình học tập và làm luận văn này.

Nhân dịp này em cũng xin được gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn bên em, cổ vũ, động viên, giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn tốt nghiệp.

Thái Nguyên, ngày 10 tháng 5 năm 2014

Tác giả

Đỗ Thị Lệ Thu

Bảng ký hiệu

$const$	Hằng số
$\|\|A\|\|$	Chuẩn của A
$\forall x$	Với mọi x
$\exists x$	Tồn tại x
$\in$	thuộc
$\mathbb{R}^d$	Không gian thực d chiều
max	Giá trị lớn nhất
min	Giá trị nhỏ nhất
Σ	Tổng
$\overline{\Omega}$	Bao đóng tập Ω
Δ_x	Sai số lớn nhất của đạo hàm theo biến x
Δ_t	Sai số lớn nhất của đạo hàm theo biến t
$\frac{\partial u}{\partial x}$	Đạo hàm riêng của hàm u theo biến x
$\frac{\partial u}{\partial y}$	Đạo hàm riêng của hàm u theo biến y
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$	Đạo hàm riêng cấp 2 của hàm u theo biến x
$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$	Đạo hàm riêng cấp 2 của hàm u theo biến y
$u'(x,y)\Big\|_{\Gamma}$	Đạo hàm của hàm $u(x,y)$ trên biên Γ

Danh mục bảng và hình vẽ

MỞ ĐẦU

Nhiều hiện tượng khoa học và kỹ thuật dẫn đến các bài toán biên của phương trình vật lý toán. Giải các bài toán đó đến đáp số bằng số là một yêu cầu quan trọng của thực tiễn. Trong một số ít trường hợp thật đơn giản, việc đó có thể làm được nhờ vào nghiệm tường minh của bài toán dưới dạng các công thức sơ cấp, các tích phân hoặc các chuỗi hàm. Còn trong đại đa số trường hợp khác, đặc biệt là đối với các bài toán có hệ số biến thiên, các bài toán phi tuyến, các bài toán trên miền có hình học phức tạp thì nghiệm tường minh của bài toán không có, hoặc có nhưng rất phức tạp. Trong những trường hợp đó việc tính nghiệm phải dựa vào các phương pháp giải gần đúng. Hiện nay có nhiều phương pháp giải số bài toán này như: Phương pháp sai phân hữu hạn, phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp phần tử biên, phương pháp không lưới, v.v. Mỗi phương pháp có ưu và nhược điểm riêng.

Nội dung của luận văn là tìm hiểu và cài đặt thử nghiệm phương pháp sai phân hữu hạn cho việc giải phương trình Poisson với điều kiện biên hỗn hợp. Luận văn gồm phần mở đầu, ba chương nội dung chính, kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1: Trình bày một số khái niệm về hệ phương trình đại số tuyến tính, một số phương pháp giải hệ phương trình đại số tuyến tính, một số bài toán từ thực tế dẫn đến phương trình đạo hàm riêng dạng elliptic, khái niệm mở đầu về phương pháp sai phân.

Chương 2: Bao gồm phương pháp sai phân hữu hạn giải bài toán poisson 2 chiều với điều kiện biên hỗn hợp; Sự ổn định và hội tụ của lược đồ sai phân hữu hạn.

Chương 3: Trình bày sự rời rạc của bài toán hỗn hợp với phương trình Poisson; Thuật toán giải bài toán hỗn hợp; Cuối cùng là một số kết quả thử nghiệm trên bài toán hỗn hợp. Kết quả thử nghiệm thể hiện trên đồ thị là sai số lớn nhất và sai số trung bình bình phương.

Dù đã rất cố gắng, nhưng chắc chắn nội dung được trình bày trong luận văn còn những thiếu sót nhất định, em rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô giáo và các bạn để bản luận văn này được hoàn thiện hơn.

Chương 1

Một số kiến thức bổ trợ

1.1 Hệ phương trình đại số tuyến tính

Xét việc giải hệ phương trình đại số tuyến tính n phương trình n ẩn:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = a_{1n+1} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = a_{2n+1} \\ \quad ... \quad ... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n = a_{nn+1} \end{cases} \tag{1.1}$$

trong đó hệ số a_{ij}, $(i, j = \overline{1, n})$ là những số đã biết. Vế phải của hệ phương trình (1.1) a_{in+1}, $(i = \overline{1, n})$ cũng là những số đã biết và x_i $(i = \overline{1, n})$ là các ẩn số phải tìm.
Ta ký hiệu:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ ... & ... & & \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & a_{nn} \end{pmatrix}$$

là ma trận hệ số của hệ phương trình (1.1).

$$b = \begin{pmatrix} a_{1n+1} \\ a_{2n+1} \\ \vdots \\ a_{nn+1} \end{pmatrix} \text{ và } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

là véc tơ vế phải và véc tơ ẩn số của hệ phương trình (1.1). Hệ phương trình (1.1) có thể viết gọn dưới dạng

$$Ax = b. \tag{1.2}$$