ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Nguyễn Thị Thanh Thủy

HỆ ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60 46 01 12

Người hướng dẫn khoa học
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG

THÁI NGUYÊN - NĂM 2014

Mục lục

Danh mục ký hiệu

$\mathbb{R}$	trường các số thực
$\mathbb{C}$	trường các số phức
$\emptyset$	tập rỗng
$x \in M$	phần tử x thuộc tập M
$y \notin M$	phần tử y không thuộc tập M
$\forall\, x$	với mọi x
$\exists\, x$	tồn tại x
$M \subseteq N$	M là một tập con của N
$\|x\|$	giá trị tuyệt đối của x
$\|\|x\|\|$	chuẩn của x
$\langle x, y\rangle$	tích vô hướng của các vectơ x, y
$\langle f_{x_0}, y\rangle$	giá trị của toán tử f_{x_0} tại y
$f_x(x_0, y_0)$	đạo hàm của hàm f theo biến thứ nhất tại điểm (x_0, y_0)
$\dot{x}(t)$	đạo hàm của $x(.)$ tại t
$\dfrac{dx}{dt}$	đạo hàm của $x(.)$ tại t
$\max\limits_{x\in K} f(x)$	maximum của tập số thực $\{f(x) \mid x \in K\}$
$\min\limits_{x\in K} f(x)$	minimum của tập số thực $\{f(x) \mid x \in K\}$
$M(m, n)$	tập các ma trận cấp $m \times n$
$A = (a_{ij})$	ma trận A với các thành phần a_{ij}
A^*	ma trận chuyển vị của ma trận A
A^{-1}	ma trận nghịch đảo của ma trận A
0	phần tử không của các không gian vectơ

LỜI CẢM ƠN

Mặc dù một lời cảm ơn không thể nói lên được hết lòng biết ơn to lớn của tôi, nhưng tôi vẫn xin dành những lời đầu tiên trong bài luận văn của mình để được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc của tôi tới các thầy cô giáo, những người đã dìu dắt, dạy dỗ tôi trong suốt thời gian qua.

Đặc biệt, xin chân thành cảm ơn thầy PGS. TS. Tạ Duy Phượng đã hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn này.

Cuối cùng tôi xin cảm ơn gia đình, bạn bè đã tạo điều kiện cho tôi học tập nghiên cứu, giúp đỡ đóng góp ý kiến để luận văn của tôi được hoàn thiện hơn.

Tôi xin trân trọng cảm ơn!

Học viên

Nguyễn Thị Thanh Thủy

LỜI CAM ĐOAN

Luận văn được hoàn thành nhờ sự nỗ lực cố gắng nghiên cứu của bản thân dưới sự hướng dẫn của PGS.TS. Tạ Duy Phượng, các thầy, cô giáo trong hội đồng bảo vệ và sự đóng góp của các bạn trong nhóm.

Tôi xin cam đoan nội dung trình bày trong luận văn là trung thực, mọi sự giúp đỡ trong việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và những thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

   Lý thuyết điều khiển toán học là một trong những lĩnh vực toán học ứng dụng quan trọng, mới được phát triển khoảng 50 năm trở lại đây. Nội dung chính của lý thuyết điều khiển toán học là những mô hình và các phương pháp toán học giải quyết những vấn đề định tính và giải số các hệ thống điều khiển. Rất nhiều bài toán trong khoa học, công nghệ, kỹ thuật và kinh tế được mô tả bởi các hệ phương trình vi phân chứa tham số điều khiển và cần đến những công cụ toán học để giải.

   Một trong những vấn đề đầu tiên và quan trọng nhất trong lý thuyết điều khiển hệ thống là lý thuyết điều khiển được, tức là tìm một chiến lược điều khiển, sao cho có thể chuyển hệ thống từ một trạng thái này sang một trạng thái khác. Bài toán điều khiển được liên quan chặt chẽ đến các bài toán khác như bài toán tồn tại điều khiển tối ưu, bài toán ổn định và ổn định hóa, bài toán quan sát được.

   Lý thuyết định tính của hệ phương trình vi phân tuyến tính có điều khiển trong không gian $\mathbb{R}^n$ đã được nghiên cứu và hoàn thiện vào những năm 50-70 của thế kỉ trước và cho tới nay vẫn được quan tâm nghiên cứu và có thêm nhiều kết quả mới. Với mong muốn tìm hiểu một số vấn đề của lý thuyết phương trình vi phân tuyến tính có điều khiển, tôi chọn Hệ điều khiển tuyến tính làm đề tài luận văn cao học.

2. Mục đích nghiên cứu

   Luận văn trình bày tổng quan về các tính chất định tính của hệ điều khiển tuyến tính, chủ yếu dựa trên các tài liệu [1]-[5].

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

   Đọc hiểu các tài liệu và trình bày trong một luận văn cao học các kiến thức cơ bản nhất của hệ điều khiển tuyến tính.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

   Đối tượng nghiên cứu: Hệ điều khiển tuyến tính.

   Phạm vi nghiên cứu: Các sách, các bài báo và các tài liệu viết về Hệ điều khiển tuyến tính.

5. Phương pháp nghiên cứu

   Sử dụng các kiến thức của Giải tích, Giải tích hàm và Phương trình vi phân để tiếp cận và giải quyết vấn đề. Thu thập, nghiên cứu, tổng hợp và trình bày các tài liệu có liên quan đến các vấn đề mà luận văn đề cập tới.

Chương 1

Một số kiến thức bổ trợ

1.1 Một số kiến thức của tôpô và giải tích hàm

1.1.1 Tôpô

Định nghĩa 1.1

Không gian tôpô là một cặp (X, τ), *trong đó* X *là một tập hợp,* τ *là một họ các tập con của* X *thỏa mãn:*

1) $\emptyset \in \tau, X \in \tau$

2) $U_1, U_2 \in \tau$ *suy ra* $U_1 \cap U_2 \in \tau$;

3) $U_t \in \tau$ $(\forall t \in T)$ *suy ra* $\bigcup\limits_{t \in T} U_t \in \tau$.

Mỗi phần tử của τ được gọi là *tập mở* của X; họ τ được gọi là một *tôpô* trên X. Tập $U \subset X$ được gọi là *một lân cận* của điểm $x \in X$, nếu tồn tại tập mở V sao cho $x \in V \subset U$.

Định nghĩa 1.2

Giả sử K là một trường số thực hoặc số phức. Tập hợp $X \neq \emptyset$ cùng với hai phép toán cộng và nhân vô hướng thỏa mãn các tiên đề sau:

1) (X; +) là một nhóm Abel.

2) X cùng với phép nhân vô hướng thỏa mãn:

a, $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ với mọi $x, y \in X$ và với mọi $\alpha \in K$.

b, $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta y$ với mọi $x \in X$ và với mọi $\alpha, \beta \in K$.

c, $\alpha(\beta)x = (\alpha\beta)x = \alpha\beta x$ với mọi $x \in X$ và với mọi $\alpha, \beta \in K$.
d, $1x = x$ với mọi $x \in X$
thì X gọi là *không gian tuyến tính* trên trường K.
Kết hợp hai khái niệm không gian tôpô và không gian tuyến tính ta đi đến khái niệm không gian tôpô tuyến tính như sau.

Định nghĩa 1.3

1.1.2 Tôpô yếu

Tôpô $\sigma(X, \Gamma)$

Phiếm hàm tuyến tính $f:\ X \to \mathbb{R}$ là phiếm hàm thỏa mãn

$$f(\alpha x_1 + \beta x_2) = \ \alpha f(x_1) + \beta f(x_2), \quad \forall x_1, x_2 \in X.$$

Tập tất cả các phiếm hàm tuyến tính tạo nên không gian tôpô (X^*, T^*) đối ngẫu với (X, T) . Giả sử Tập X được gọi là một không gian tôpô tuyến tính trên trường số thực $\mathbb{R}$ hoặc trường số phức $\mathbb{C}$, nếu
1) X là một không gian tuyến tính;
2) X là một không gian tôpô (với tôpô τ);
3) Với tôpô τ, phép cộng và phép nhân với một số của trường $\mathbb{R}$ hoặc $\mathbb{C}$ là liên tục. X là một không gian định chuẩn, $X^{\#}$ là không gian đối ngẫu đại số của X và tập $\Gamma \subset X^{\#}$. Với $x \in X$, ta xét họ $\mathcal{V}_x$ tất cả các tập con của X có dạng:
$V(x; f_1, f_2, ..., f_n; \varepsilon) = \{\ y \in X : |f_i(x) - f_i(y)| < \varepsilon, \quad i = 1, ..., n\}$,
trong đó n là một số tự nhiên tùy ý, $f_i \in \Gamma(i = 1, ..., n)$, ε là số dương tùy ý. Đặt $\mathcal{V} = \{\mathcal{V}_x : x \in X\}$. Họ $\mathcal{V}$ thỏa mãn các tính chất của hệ đầy đủ các lân cận của X, và do đó trên X tồn tại duy nhất một tôpô nhận $\mathcal{V}_x$ làm cơ sở lân cận của điểm $x \in X$. Tôpô này được gọi là tôpô trên X xác định bởi họ $\Gamma \subset X^{\#}$, kí hiệu là $\sigma(X, \Gamma)$.
Tôpô $\sigma(X, \Gamma)$ là tôpô yếu nhất trên X làm cho tất cả các phiếm hàm tuyến