ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN VĂN TUẤN

PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KIỂU ĐA CHẬP ĐỐI VỚI CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI FOURIER, FOURIER COSINE, FOURIER SINE

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN VĂN TUẤN

PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN KIỂU ĐA CHẬP ĐỐI VỚI CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI FOURIER, FOURIER COSINE, FOURIER SINE

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS. Nguyễn Minh Khoa

Thái Nguyên – 2014

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các kết quả nghiên cứu và thực nghiệm đưa ra trong luận văn là hoàn toàn trung thực, chưa được ai công bố trong công trình nào.

Tác giả luận văn

Nguyễn Văn Tuấn

LỜI CẢM ƠN

Trong quá trình học cao học, nghiên cứu và viết luận văn tốt nghiệp tác giả đã nhận được nhiều sự ủng hộ của Phòng Giáo dục - Đào tạo huyện Yên Lập – tỉnh Phú Thọ, lãnh đạo và các đồng nghiệp trường THCS Trung Sơn , sự giúp đỡ quý báu của các thầy cô giáo trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên. Tác giả còn nhận được sự chia sẻ, động viên của các bạn đồng nghiệp và người thân.

Trong quá trình thực hiện luận văn thạc sĩ toán học, tác giả đã nhận được sự hướng dẫn trực tiếp của TS. Nguyễn Minh Khoa về chuyên môn, thầy luôn nhiệt tình, tận tâm chỉ bảo, truyền đạt cho tác giả nhiều kiến thức và cung cấp nhiều tài liệu quý báu. Thầy đã chỉ dẫn cho tác giả trình bày những kiến thức thu được qua học tập và nghiên cứu một cách có hệ thống trong luận văn này.

Tác giả xin chân thành cảm ơn tất cả mọi người về sự giúp đỡ và động viên quý giá này.

Thái Nguyên, tháng 3 năm 2014

Tác giả

Nguyễn Văn Tuấn

MỤC LỤC

Trang

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU, CÁC CHỮ VIẾT TẮT

. $\mathbb{R}_+ = \{x \in R, x > 0\}$

. $L(\mathbb{R}_+)$ là tập hợp tất cả các hàm f xác định trên $(0;+\infty)$ sao cho:

$$\int_0^{+\infty} |f(x)| dx < +\infty$$

. $L\left(\mathbb{R}, \sqrt{1+x^2}\right)$ là tập hợp tất cả các hàm f xác định trên $\mathbb{R}$ sao cho:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1+x^2}\, |f(x)| dx < +\infty$$

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài:

Hướng rẽ nhánh phát triển mới của lý thuyết các phép biến đổi tích phân là tích chập của các phép biến đổi tích phân xuất hiện vào khoảng đầu thế kỉ 20. Gần trọn một thế kỷ các tích chập đơn đối với từng phép biến đổi tích phân ngự trị. Trong số đó phổ biến được áp dụng nhiều nhất là các tích chập đối với phép biến đổi tích phân Fourier, Fourier cosine, Fourier sine, Laplace, Kontorvich-Lebedev, Melin, Stieltjes,……[4,7,8,13...]

Khoảng hai thập kỷ trở lại đây các tích chập suy rộng mới được xây dựng bởi các tác giả Nguyễn Xuân Thảo, Nguyễn Minh Khoa, Yakubovich,…..Với sự xuất hiện của tích chập suy rộng lớp các phương trình tích phân giải được nghiệm dưới dạng đóng trở nên phong phú hơn bởi trong đẳng thức nhân tử hóa then chốt không chỉ có một phép biến đổi tích phân mà có từ hai đến ba phép biến đổi tích phân. Các trường hợp riêng của bài toán mở phương trình tích phân Toeplitz-Hankel [3,14,...]

$f(x)+\int\limits_0^{+\infty}\left[k_1(x+y)+k_2(x-y)\right]f(y)dy=g(x), \qquad x\in\mathbb{R}_+$, giải được nhiều hơn, đa dạng hơn.

Cũng vào năm 1997, sau khi đưa ra phương pháp kiến thiết tích chập suy rộng, với ý tưởng mở rộng tổng quát hơn, mở rộng đến tối đại, Kakichev đã đưa ra khái niệm đa chập của n+1 phép biến đổi tích phân $K, K_1, K_2, \ldots.., K_n$ với hàm trọng $\gamma(x)$ của n hàm $f_1, f_2, \ldots, f_n$ mà đối với nó có đẳng thức nhân tử hóa cốt yếu sau [5]:

$$K\left[\overset{\gamma}{*}(f_1, f_2, ..., f_n)\right](y) = \gamma(y)(K_1 f_1)(y)... \quad (0.1)$$

Từ ý tưởng khởi đầu của Kakichev trong vòng hơn 10 năm trở lại đây Nguyễn Xuân Thảo, Nguyễn Minh Khoa và một số tác giả khác đã công bố một số đa chập đối với các phép biến đổi tích phân Fourier, Fourier cosine, Fourier sine, Hartley,… [9,15,16,17...]

Sự mở rộng tích chập, tích chập suy rộng sang đa chập là một bước phát triển mới không chỉ ở phạm vi lý thuyết các phép biến đổi tích phân mà còn mở rộng sự ứng dụng cho phương trình, hệ phương trình tích phân.

Chính vì vậy mà tôi đã chọn hướng nghiên cứu của luận văn là phương trình tích phân kiểu đa chập đối với các phép biến đổi tích phân Fourier, Fourier cosine, Fourier sine.

Các tích chập, đa chập đã biết dùng trong luận văn

Tích chập của hai hàm $f, g \in L(\mathbb{R})$ đối với phép biến đổi tích phân Fourier [7,13]

$$(f \underset{F}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-y)g(y)dy, \quad x \in \mathbb{R} \quad (0.1)$$

Với đẳng thức nhân tử hóa:

$$F(f \underset{F}{*} g)(y) = (Ff)(y)(Fg)(y), \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad (0.2)$$

Tích chập đối với phép biến đổi tích phân Fourier cosine của hai hàm *f,g* [7]

$$(f \underset{F_c}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{+\infty} f(y)\left[g(|x+y|) + g(x+y)\right]dy, \quad x > 0 \quad (0.3)$$

Và thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_c(f \underset{F_c}{*} g)(y) = (F_c f)(y).(F_c g)(y), \quad \forall y > 0 \tag{0.4}$$

Năm 1951 Sneddon đã xây dựng tích chập suy rộng đến tâm đối với hai phép biến đổi tích phân Fourier sine, Fourier cosine cho hai hàm $f, g \in L_1(\mathbb{R}_+)$ [7]

$$(f \underset{1}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} f(y)\left[g(|x-y|) - g(x+y)\right]dy, \qquad x > 0 \tag{0.5}$$

Thỏa mãn đẳng thức nhân tử hóa

$$F_s(f \underset{1}{*} g)(y) = (F_s f)(y).(F_c g)(y), \qquad \forall y > 0 \tag{0.6}$$

Tích chập suy rộng đối với các phép biến đổi tích phân Fourier cosine, Fourier sin [7]

$$(f \underset{2}{*} g)(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} f(y)\left[\mathrm{s}ign(y-x) g(|y-x|) + g(y+x)\right]dx, \quad x > 0 \tag{0.7}$$

Với đẳng thức nhân tử hóa:

$$F_c(f \underset{2}{*} g)(y) = (F_s f)(y).(F_s g)(y), \quad \forall y > 0 \tag{0.8}$$

Tích chập suy rộng với hàm trọng $\gamma_1(x) = \sin x$ của hai hàm *f,g* đối với các phép biến đổi tích phân Fourier cosine và Fourier sine [11]

$$(f \overset{\gamma_1}{\underset{3}{*}} g)(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} f(y)\left[g(|x-y-1|) - g(|y-x+1|)\right.$$

$$\left. + g(|y+x-1|) - g(x+y+1)\right]dy, \quad x > 0 \tag{0.9}$$