ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BÙI THỊ HỒNG HẠNH

MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGOÀI GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VỚI HÀM MỤC TIÊU CÓ HỆ SỐ KHÔNG ÂM VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN – 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

BÙI THỊ HỒNG HẠNH

MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ NGOÀI GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VỚI HÀM MỤC TIÊU CÓ HỆ SỐ KHÔNG ÂM VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
TS. NGUYỄN ANH TUẤN

THÁI NGUYÊN– 2014

LỜI CẢM ƠN

Để hoàn thành luận văn này, tôi đã nhận được sự động viên đóng góp nhiệt tình từ các thầy cô giáo của trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới các thầy cô giáo. Đặc biệt tôi gửi lời cảm ơn sâu sắc tới TS. Nguyễn Anh Tuấn là người thầy đã đề xuất các hướng nghiên cứu, động viên thường xuyên và tận tâm chỉ bảo nghiêm túc về chuyên môn trong suốt thời gian qua để tôi hoàn thành luận văn này. Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn đối với gia đình, bạn bè và người thân đã động viên khuyến khích và giúp đỡ tôi trong suốt quá trình hoàn thành luận văn này.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 08 năm 2014

Tác giả

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

Bài toán quy hoạch tuyến tính có hai dạng cơ bản là dạng chuẩn và dạng chính tắc, hai dạng này có quan hệ mật thiết với nhau. Bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn là bài toán có miền ràng buộc là một hệ bất phương trình tuyến tính với các biến không âm, còn bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chính tắc là bài toán quy hoạch có miền ràng buộc là một hệ phương trình tuyến tính với các biến của nó có dấu không âm.

Thuật toán đơn hình và đơn hình đối ngẫu do George Dantzig và Lemke đề xuất vào những năm 1947 và 1954 đã giải bài toán quy hoạch tuyến tính ở dạng chính tắc. Nhiều bài toán quy hoạch tuyến tính trên thực tế thường bắt đầu ở dạng chuẩn tắc, do vậy luận văn này trình bày phương pháp nón xoay giải trực tiếp bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính, từ đó xây dựng thuật toán nón xoay tuyến tính giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn với hàm mục tiêu có hệ số không âm và một vài ứng dụng của nó.

Luận văn gồm 2 chương:

Chương 1 trình bày phương pháp nón xoay và thuật toán nón xoay tuyến tính giải bài toán quy hoạch tuyến tính với hàm mục tiêu có hệ số không âm với cơ sở xuất phát ban đầu là gốc tọa độ O(0,0,…,0).

Chương 2 trình bày ứng dụng của thuật toán nón xoay tuyến tính trình bày trong chương 1 giải cho hai lớp bài toán quy hoạch tuyến tính thường gặp sau khi đã đưa hai lớp bài toán này về dạng bài toán quy hoạch tuyến tính với hàm mục tiêu có hệ số không âm.

Các thuật toán nón xoay trình bày trong luận văn này được xây dựng chi tiết, các bước của thuật toán được trình bày sao cho chúng ta có thể dễ dàng lập trình chuyển sang các chương trình trên máy tính bằng các ngôn ngữ như Pascal, C, Java, ...

Luận văn này hoàn thành dựa trên các tài liệu [5]. [6], và các tài liệu có trong phần tài liệu tham khảo.

Tác giả

Bùi Thị Hồng Hạnh

Chương 1

PHƯƠNG PHÁP NÓN XOAY VÀ THUẬT TOÁN NÓN XOAY TUYẾN TÍNH GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VỚI HÀM MỤC TIÊU CÓ HỆ SỐ KHÔNG ÂM

Nội dung chương này, chúng tôi trình bày một phương pháp giải bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính thuộc lược đồ xấp xỉ ngoài (vì nó xuất phát giải từ đỉnh của một nón đơn hình tuyến tính ngoài miền chấp nhận được) gọi là thuật toán nón xoay tuyến tính [5]. Từ đó trình bày một trường hợp riêng biến thể của nó giải bài toán quy hoạch tuyến tính dạng chuẩn khi hàm mục tiêu có các hệ số không âm, đây là lớp bài toán thường hay gặp trong thực tế.

1.1. Bài toán quy hoạch tuyến tính

Xét bài toán quy hoạch tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trinh tuyến tính sau:

$$(L)\begin{cases} f(x) = < C, x > = \sum_{i=1}^{n} c_i . x_i \rightarrow \min \\ x \in P_L := \ x \in \mathbf{R}^n : < A^i, x > + b_i \leq 0, i = 1, 2, ..., m \end{cases}$$

$x \in \mathbf{R}^n$, A^i là véc tơ dòng và $A^i \in \mathbf{R}^n$, $m \geq n$, $A^i\ (a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in}) \neq O(0,...,0)$,

$C(c_1, c_2, ..., c_n)$, $b_i \in \mathbf{R}^1$, $i = 1, 2, ..., m$. Hạng của hệ A^i ($i = 1, 2, ..., m$) bằng n, giả thiết này rất bình thường bởi miền ràng buộc P_L của bài toán quy hoạch tuyến tính nói chung bao giờ cũng có ràng buộc về dấu của biến x.

1.2. Khái niệm về nón đơn hình tuyến tính, cạnh và phương của nón và Nón – min (nón cực tiểu)

1.2.1. Khái niệm về nón đơn hình tuyến tính

Xét tập M đ- ợc xác định từ n ràng buộc tuyến tính nào đó của P_L , cụ thể là:

$$M:=\{x \in \mathbf{R}^n : <A^i, x>+ b_i \le 0 \ \ i \in I\} \tag{1.1}$$

trong đó $I:= \{i_1, i_2, ..., i_n\} \subset \{1, 2, ..., m\}$, $/I/ = n$ (ở đây $/I/$ là số đo hay là số phần tử của tập I) và A^i với $i \in I$ là một hệ độc lập tuyến tính. Tập M gọi là nón đơn hình tuyến tính của hệ ràng buộc P_L với đỉnh x^M là nghiệm (đ- ợc xác định) thoả mãn hệ sau:

$$<A^i, x>+ b_i = 0, \forall \ i \in I \tag{1.2}$$

Hệ véc tơ A^i với $i \in I$ được gọi là cơ sở của nón M, hay còn gọi là cơ sở của đỉnh x^M. Tập I gọi là tập chỉ số của cơ sở của nón M.

1.2.2. Khái niệm về cạnh của nón đơn hình

Với mỗi i $\in I$, tập hợp các điểm $x \in R^n$ thỏa mãn hệ:

$$<A^r, x>+ b_r = 0, \forall r \in I \backslash \{i\} \tag{1.3}$$

gọi là đường thẳng i của nón M.

Tập các điểm x thoả mãn hệ:

$$\begin{cases} <A^r, x> + b_r = 0, \forall r \in I \setminus \{i\} \\ <A^i, x> + b_i \le 0 \end{cases}$$

gọi là cạnh i của nón M.

Với mỗi i $(i \in I)$, Véc tơ z_M^i $(i \in I)$, xác định bởi hệ:

$$\begin{cases} \left\langle A^r, z_M^i \right\rangle = 0, \forall r \in I, r \ne i \\ \left\langle A^i, z_M^i \right\rangle = -1 \end{cases} \tag{1.4}$$

gọi là véc tơ chỉ phương của cạnh i của nón M.

Đỉnh x^M của nón *M* có thể xác định từ (1.2), trong trường hợp biết hệ véc tơ chỉ phương z_M^i $(i \in I)$ thì chúng ta có thể sử dụng công thức sau:

$$x^M = \sum_{i \in I} b_i . z_M^i \tag{1.5}$$