

MỘT SỐ TRAO ĐỔI TRONG DẠY HỌC TỪ ĐỊNH NGHĨA HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU ĐẾN VIỆC BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG PHƯƠNG TRÌNH PHÂN THỨC

○ NGUYỄN VĂN DŨNG*

1. SGK môn Toán lớp 8 - tập 1, có định nghĩa «Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu

$AD = CD$. Ta viết: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $AD = BC$ ». Định

nghĩa này là cơ sở cho việc rút gọn một phân thức đại số. Do đó, khi chia cả tử thức và mẫu thức của một phân thức cho cùng một đa thức khác không ta được một phân thức mới «bằng» phân thức đã cho. Không ít học sinh (HS) cho

rằng: nếu phân thức $\frac{A}{B}$ bằng phân thức $\frac{C}{D}$, thì

phương trình phân thức $\frac{A}{B} = 0$ tương đương

với phương trình $\frac{C}{D} = 0$; đây là sai lầm HS

thường mắc phải khi thực hiện phép biến đổi tương đương một biểu thức, nhất là khi giải phương trình có chứa phân thức đại số. Chẳng hạn, giải phương trình sau:

$$\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)} = 0$$

Lời giải của HS: Vì $\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2}$

nên $\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lời giải này sai vì $x = 2$ không là nghiệm của phương trình. Sai lầm do HS hiểu rằng,

phép biến đổi: $\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = 0$

là tương đương.

Theo định nghĩa của SGK, 2 phân thức nói trên bằng nhau. Song giá trị của chúng lại không bằng nhau tại mỗi số thực x . Chẳng hạn,

tại $x = 2$ phân thức bên trái không xác định, nhưng phân thức bên phải có giá trị bằng 0. Vì điều này mà SGK Toán 8 (tập 1) đưa thêm phần «Biến đổi các biểu thức hữu tỉ, giá trị của phân thức» vào cuối chương II. Tuy nhiên, để có thể giúp HS tránh được sai lầm ở trên, cần hiểu đúng khái niệm 2 phân thức bằng nhau và tính chất của các phép biến đổi tương đương trong SGK. Trước tiên, chúng ta nhắc lại một số khái niệm cơ bản.

2. Một số khái niệm cơ bản

1) *Khái niệm biểu thức toán học, đơn thức, đa thức và phân thức đại số.* Ta gọi *biểu thức toán học* là một dãy hữu hạn gồm các số, chữ số được nối với nhau bởi các phép toán. Ở đó, chỉ rõ thứ tự thực hiện các phép toán và nó được hình thành từ một trong 2 con đường sau: - Mỗi số, mỗi chữ số đều là một biểu thức; - Nếu A và B là các biểu thức

thì $A + B$, $A - B$, $A \cdot B$, $\frac{A}{B}$, A^B , $\log_a B$, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$, $\cot A$ cũng là một biểu thức. Các chữ thay cho số trong một biểu thức đại số được chia thành 2 loại: Chữ thay cho một số cố định (không thay đổi trong suốt quá trình biến đổi biểu thức gọi là *tham số*), chữ thay cho một số bất kì trong một tập số nào đó gọi là *biến số*.

Việc phân loại trên chỉ có tính chất tương đối. Khi cho một tham số thay đổi trên một tập hợp số nào đó, nó trở thành biến số. Ngược lại, khi cố định một biến số thì biến số lại trở thành tham số.

Giá trị của biểu thức: Giả sử x_1, x_2, \dots, x_n là các biến độc lập có mặt trong biểu thức A. Nếu thay x_1, x_2, \dots, x_n trong A theo thứ tự bởi các số thực a_1, a_2, \dots, a_n rồi thực hiện các phép toán, giả sử tất cả các phép toán đều thực hiện được và kết quả là một số thực, số thực đó gọi là *giá trị của biểu thức A* tại (a_1, a_2, \dots, a_n) và kí hiệu là $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Hai biểu thức bằng nhau: Giả sử x_1, x_2, \dots, x_n là các biến độc lập có mặt ít nhất ở một trong hai

* Trường Đại học sư phạm Hà Nội

biểu thức A và B, D là một tập con của R^n . Ta nói A bằng B trên D nếu $A(a_1, a_2, \dots, a_n) = B(a_1, a_2, \dots, a_n)$ với mọi $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in D$. Trong trường hợp $A(a_1, a_2, \dots, a_n) = B(a_1, a_2, \dots, a_n)$ với mọi $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in R^n$, ta viết $A = B$ và gọi là một hằng đẳng thức.

Đơn thức: là biểu thức gồm một số hoặc chỉ gồm một biến hoặc tích của các số và các biến.

Đa thức: là tổng đại số của các đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là hạng tử của đa thức đó.

Phân thức (đại số): là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$; trong đó A và B là các đa thức, B là đa thức khác không, A gọi là tử thức còn B gọi là mẫu thức.

2) **Trường các phân thức đại số của n biến.** Trên tập hợp μ tất cả các phân thức đại số của n biến độc lập x_1, x_2, \dots, x_n , ta đưa vào quan hệ 2 ngôi: $\frac{A}{B} \sim \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC$. Dễ thấy quan hệ trên là một quan hệ tương đương. Lớp tương đương đại diện bởi phân thức $\frac{A}{B}$ được kí hiệu là $C(\frac{A}{B})$.

Kí hiệu $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ là tập hợp tất cả các lớp tương đương. Khi đó, $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ trở thành một trường gọi là trường các phân thức đại số của n biến với 2 phép toán sau:

$$C\left(\frac{A}{B}\right) + C\left(\frac{E}{F}\right) = C\left(\frac{A.F + E.B}{B.F}\right) \quad \text{và} \quad C\left(\frac{A}{B}\right) \cdot C\left(\frac{E}{F}\right) = C\left(\frac{A.E}{B.F}\right)$$

3. Biến đổi tương đương một phương trình phân thức

1) **Từ định nghĩa hai phân thức bằng nhau đến việc biến đổi tương đương một phương trình phân thức.** Giả sử x_1, x_2, \dots, x_n là tất cả các biến độc lập có mặt ít nhất ở một trong hai phân thức

$\frac{A}{B}$ và $\frac{E}{F}$. Khi đó $\frac{A}{B}; \frac{E}{F} \in M$ và $C(\frac{A}{B}); C(\frac{E}{F}) \in R(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Từ định nghĩa về quan hệ tương đương trong $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$, ta có:

$$\text{Từ } \frac{A}{B} \sim \frac{E}{F}, \text{ ta có: } C\left(\frac{A}{B}\right) = C\left(\frac{E}{F}\right).$$

Như vậy, trong định nghĩa về hai phân thức bằng nhau của SGK: «Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{E}{F}$ gọi là bằng nhau nếu $AF = BE$ », thực chất là đã đồng nhất $C(\frac{A}{B})$ với phân thức $\frac{A}{B}$ và đồng nhất $C(\frac{E}{F})$

với phân thức $\frac{E}{F}$. Trong đẳng thức « $\frac{A}{B} = \frac{E}{F}$ », cần

hiểu là đẳng thức $C(\frac{A}{B}) = C(\frac{E}{F})$.

Vấn đề đặt ra tiếp theo là hai phân thức $\frac{A}{B}$

và $\frac{E}{F}$ bằng nhau khi nào theo định nghĩa của SGK? Kí hiệu D_1 và D_2 lần lượt là miền xác định của hai phân thức $\frac{A}{B}; \frac{E}{F}$; và $D = D_1 \cap D_2$. Nhờ tính

chất của phân số, ta có: Giá trị của phân thức $\frac{A}{B}$

bằng giá trị của phân thức $\frac{E}{F}$ với mọi $(a_1, a_2, \dots,$

$a_n) \in D$. Như vậy, ta được $\frac{A}{B} = \frac{E}{F}$ trên D, với D là

một tập con của cả hai tập hợp D_1 và D_2 . Trong

các phép biến đổi biểu thức, nếu chỉ xét trên D,

ta có thể thay $\frac{A}{B}$ bằng $\frac{E}{F}$. Hay một cách nói khác,

nếu chỉ xét trên D, ta sẽ được phương trình phân

thức $\frac{A}{B} = 0$ tương đương với phương trình $\frac{C}{D} = 0$.

Trở lại ví dụ về lời giải của HS ở phần đầu.

Hai phân thức: $\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{(x^2 - 4)}$ và $\frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2}$

có miền xác định lần lượt là $D_1 = R \setminus \{\pm 2\}$ và $D_2 = R \setminus \{-2\}$, chúng bằng nhau trên miền $D = R \setminus \{\pm 2\}$.

Vì vậy, 2 phân thức trên chỉ tương đương trên D.

Phép biến đổi của HS: $\frac{(x^2 - 5x + 6)(x - 2)}{x^2 - 4} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2 - 5x + 6)}{x + 4} = 0$

đã mở rộng miền xác định của phương trình, do đó, xuất hiện nghiệm ngoại lai.

Sử dụng việc rút gọn một phân thức trong phép

biến đổi một phương trình phân thức hoặc khi

chia cả tử thức và mẫu thức của một phân thức

cho một biểu thức khác không, phương trình mới

thu được có thể không tương đương với phương trình đã cho.

2) **Từ định nghĩa các phép toán trên các phân thức đến việc biến đổi tương đương một phương trình phân thức.** Chúng ta chỉ định nghĩa phép cộng và phép nhân các phân thức, còn phép trừ và phép chia thực chất vẫn quy được về phép cộng và phép nhân. Để HS dễ dàng trong việc lĩnh hội tri thức, SGK luôn lưu ý về sự giống nhau

giữa các phép toán trên các phân số và các phép toán trên các phân thức đại số. Chính sự giống nhau này là công cụ cho HS xây dựng các phép toán trên các phân thức đại số. Kết quả cuối cùng là giúp HS nắm được định nghĩa về phép cộng và phép nhân các phân thức:

$$\frac{A}{B} + \frac{E}{F} = \frac{A.F + E.B}{B.F} \text{ và } \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F} = \frac{A.E}{B.F} \quad (1).$$

Từ cơ sở của toán học, thực chất dấu «=» ở trên chính là dấu «≡» có mặt trong định nghĩa phép cộng và phép nhân sau đây:

$$C\left(\frac{A}{B}\right) + C\left(\frac{E}{F}\right) = C\left(\frac{A.F + E.B}{B.F}\right) \text{ và } C\left(\frac{A}{B}\right) \cdot C\left(\frac{E}{F}\right) = C\left(\frac{A.E}{B.F}\right).$$

Đáng chú ý là từ định nghĩa phép toán trên các phân số, chúng ta có các biểu thức nằm ở 2 vế của dấu «=» của các đẳng thức trong (1) có cùng miền xác định và giá trị của chúng bằng nhau tại mọi điểm thuộc miền xác định đó. Do đó, dấu «=» phản ánh sự bằng nhau của hai biểu thức trên miền xác định. Điều này, cho phép ta thay thế vế này bằng vế kia trong quá trình biến đổi một biểu thức, biểu thức mới thu được có miền xác định không thay đổi và giá trị của nó vẫn bằng giá trị của biểu thức đã cho.

4. Một số lưu ý trong dạy học Chương II «Phân thức đại số» - Toán 8

Khái niệm giá trị của một biểu thức đã được đưa vào từ lớp 7, khái niệm tập hợp đưa vào

ngay từ lớp 6. Do đó, trong dạy Chương II, ở cuối chương, phần «Biến đổi các biểu thức hữu tỉ, giá trị của phân thức» chúng ta có thể nói về giá trị của phân thức, tập xác định của phân thức, sự bằng nhau trên một tập hợp của 2 phân thức. Từ đó, thông qua các bài toán cụ thể, GV có thể chỉ cho HS thấy: - Việc rút gọn một phân thức có thể làm thay đổi tập xác định của chúng. Khi đó, phân thức đã cho và phân thức rút gọn chỉ bằng nhau trên tập xác định chung; - Khi thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân và chia trên các phân thức của một biểu thức, không làm thay đổi tập xác định. Biểu thức mới thu được bằng biểu thức đã cho trên miền xác định.

Những lưu ý trên sẽ giúp HS tránh được những sai lầm tương tự trong các phép biến đổi tương đương một phương trình có chứa phân thức đại số. □

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán** (tái bản). NXB Đại học sư phạm, H. 2007.
3. Dương Quốc Việt. **Cơ sở lý thuyết số và đa thức**. NXB Đại học sư phạm, H. 2008.
4. Lại Đức Thịnh. **Giáo trình số học**. NXB Giáo dục, H. 1977.
5. L. I. A. Kulikov. **Đại số và lý thuyết số** (bản tiếng Nga). NXB Vux - Tsai - a Skola, 1979.

Đổi mới phương pháp...

(Tiếp theo trang 21)

và nâng cao vai trò các hoạt động độc lập của SV trước, trong và sau giờ lên lớp; - Xây dựng những câu hỏi, bài tập nhận thức, bài tập tình huống; - Kết hợp việc trình bày tài liệu của GV với kết quả nghiên cứu độc lập, sáng tạo của SV; - Phát triển sự tranh luận dựa trên những phát hiện của SV, tổng kết những phát hiện và bàn luận của SV;

Để đạt được mục tiêu nâng cao chất lượng GDDH, ngoài việc đổi mới nội dung, chương trình và giáo trình, vấn đề vô cùng quan trọng là phải đổi mới PPDH theo hướng năng động, sáng tạo. Đổi mới PPDH ở DH cần phải có sự hợp tác từ nhiều phía, trong đó quan trọng hơn cả chính là sự tích cực, chủ động đổi mới ở GV, SV và các nhà quản lý GDDH.

- GV, đẩy mạnh ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy và học, sử dụng thành thạo công

nghệ thông tin và truyền thông vào DH, áp dụng có hiệu quả các PPDH mới.

- SV, phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo, biến quá trình học tập thành quá trình tự học có hướng dẫn và quản lý của GV.

- Các nhà quản lý GD, quan tâm giải quyết các nguyên nhân dẫn đến việc triển khai đổi mới PPDH DH chưa thành công trong thời gian qua, đặc biệt là cơ chế tạo động lực cho GV và SV các trường DH, giúp họ có cơ sở thực hiện tốt phương hướng đổi mới PPDH, góp phần nâng cao chất lượng GDDH nước nhà. □

Tài liệu tham khảo

2. Hồ Ngọc Đại. **Tâm lý dạy học**. NXB Giáo dục, H 1983.
3. **Phương pháp dạy học đại học**. NXB Đại học quốc gia Hà Nội, 2003
4. Thái Duy Tuyên. **Những vấn đề cơ bản giáo dục học hiện đại**. NXB Giáo dục, H 1999.