ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGÔ THỊ PHƯƠNG LOAN

TOÁN TỬ SAI PHÂN CỦA HÀM HỮU TỶ TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG KHÔNG VÀ ÁP DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, NĂM 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGÔ THỊ PHƯƠNG LOAN

TOÁN TỬ SAI PHÂN CỦA HÀM HỮU TỶ TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC TRƯNG KHÔNG VÀ ÁP DỤNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số: 60460113

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
TS. VŨ HOÀI AN

THÁI NGUYÊN, NĂM 2014

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp với đề tài "Toán tử sai phân của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng" là của tôi. Các tài liệu được trích dẫn đầy đủ.

Tác giả

Ngô Thị Phương Loan

Lời cảm ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Qua đây tác giả xin gửi lời cảm ơn đến các thầy cô giáo của khoa sau Đại học, Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban giám hiệu và Viện Toán học đã trang bị kiến thức cơ bản, tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới GS.TSKH Hà Huy Khoái, GS.TSKH Nguyễn Tự Cường, PGS.TS Lê Thị Thanh Nhàn cùng PGS.TS Đàm Văn Nhỉ, PGS.TS Trịnh Thanh Hải đã có nhiều ý kiến quý báu để tác giả hoàn chỉnh luận văn.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới TS. Vũ Hoài An, người đã tận tình chỉ bảo, tạo điều kiện và giúp đỡ tác giả có thêm nhiều kiến thức, khả năng nghiên cứu, tổng hợp tài liệu để hoàn thành luận văn.

Tuy có nhiều cố gắng, song thời gian và kiến thức còn hạn chế nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Tác giả rất mong và xin được cảm ơn ý kiến đóng góp của các nhà toán học và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Tác giả xin chân thành cảm ơn.

Thái Nguyên, tháng 3 năm 2014

Tác giả

Ngô Thị Phương Loan

Mục lục

Bảng ký hiệu

f	Hàm hữu tỷ
$n(f, a)$	Hàm đếm của f tại điểm a
$T(f)$	Hàm đặc trưng của f
$E_f(S)$	Ảnh ngược tính cả bội của tập S đối với f
$\overline{E}_f(S)$	Ảnh ngược không tính bội của S đối với f
$\mathbb{K}$	Trường đóng đại số, đặc trưng không
$\mathbb{R}$	Trường số thực

Lời mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Sai phân của hàm số đã được đề cập đến trong toán học phổ thông. Vấn đề duy nhất đối với sai phân đa thức đã được giải quyết nhờ công thức nội suy Newton, công thức nội suy Lagrange. Còn vấn đề nhận giá trị đối với sai phân của đa thức được kiểm tra thông qua các định lý về hàm số thực liên tục. Đối với sai phân của hàm phân hình p-adic, vấn đề nhận giá trị và duy nhất đã nhận được kết quả ban đầu.

Cho hàm f là hàm phân hình p-adic. Toán tử sai phân của f được xác định nhhư sau:

$$\Delta_c f = f(z+c) - f(z), \Delta_c^1 f = \Delta_c f, ..., \Delta_c^{n+1} = \Delta_c(\Delta_c^n), n = 1, 2, ...$$

ở đó $c \in \mathbb{C}_p$ là một hằng số khác 0.

Đa thức sai phân của f được xác định như sau:
u$A\,(z,f) = \sum\limits_{\lambda \in\ I} a_\lambda\ f^{\lambda_0}\ f^{\lambda_1 g}\,(z+c_1)...f^{\lambda_n}\,(z+c_n)$, c_1,...$c_n \in \mathbb{C}_p$, $c_1 \neq 0, ..., c_k \neq 0$, $a_\lambda \in \mathbb{C}_p$.
Năm 2012, Hà Huy Khoái và Vũ Hoài An [7] đã đưa ra các kết quả cho vấn đề nhận giá trị và duy nhất cho Toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm phân hình p-adic. Họ đã nhận được các kết quả sau:

Cho P là đa thức bậc n trên $\mathbb{C}_p$. Viết $P = a_0(z-a_1)^{m_1}\dots(z-a_s)^{m_s}$.

Định lý A. *Giả sử f là hàm phân hình khác hằng trên $\mathbb{C}_p, n, k_i, s, q, i = 1, ..., q$ là các số nguyên,*

$$s \geqslant 1, q \geqslant 1, k_i \geqslant 1, n \geqslant \sum_{i=1}^{q}(2k_i+1)2^i + q + s + 1 - 3\sum_{i=1}^{q} k_1, \Delta_c^q f$$

không đồng nhất không. Khi đó $P(f)(\Delta_c^1 f)^{k_1}....(\Delta_c^q f)^{k_q} - a$ có không điểm, ở đó $a \in C_p, a \neq 0$.

Định lý B. *Giả sử f là hàm phân hình khác hằng trên $\mathbb{C}_p$, n, q_i, s, k, $i = 1, \ldots, k$ là các số nguyên,*

$$s \geqslant 1, q_i \geqslant 1, k \geqslant 1, n \geqslant \sum_{i=1}^{q_i} +2k + s = 1.$$

Khi đó $P(f)(f(z+c))^{q_1} \ldots .(f(z+kc))^{q_k} - a$ có không điểm, ở đó $a \in \mathbb{C}_p, a \neq 0$.

Định lý C. *Giả sử f, g là hàm phân hình khác hằng trên $\mathbb{C}_p$.*

1. Nếu $E_{f^n f(z+c)\ldots f(z+kc)}(1) = E_{g^n g(z+c)\ldots g(z+kc)}(1)$ với $k \geqslant 1, n \geqslant 5k+8$ là các số nguyên, thì $f = hg$ với $h^{n+k} = 1$ hoặc $fg = l$ với $l^{n+k} = 1$.

2. Nếu $E_{f^n (f(z+c))^{q_1} \ldots (f(z+kc))^{q_k}}(1) = E_{g^n (g(z+c))^{q_1} \ldots (g(z+kc))^{q_k}}(1)$ với $k \geqslant 1, q_i > 1, i = 1, \ldots, k, n \geqslant \sum_{i=1}^{k} q_i + 8k + 8$ là các số nguyên, thì $f = hg$ với $h^{n+q_1+\ldots+q_k} = 1$ hoặc $fg = l$ với $l^{n+q_1+\ldots+q_k} = 1$;

3. Nếu

$$\begin{aligned} &E_{f^n f(z+e_1c)\ldots f(z+e_mc)(f(z+t_1c))^{q_1} \ldots .(f(z+t_kc))^{q_k}}(1) \\ &= E_{g^n g(z+e_1c)\ldots g(z+e_mc)(g(z+t_1c))^{q_1} \ldots .(g(z+t_kc))^{q_k}}(1), \end{aligned}$$

với $e_j \geqslant 1$, $j = 1, \ldots, m, t_i \geqslant 1, q_i > 1, k \geqslant 1 i = 1, \ldots k, n \geqslant 5m + \sum_{i=1}^{k} q_i + 8k + 8$, là các số nguyên, thì $f = hg$ với $h^{n+m+q_1+\ldots q_k} = 1$ hoặc $fg = l$ với $l^{n+m+q_1+\ldots+q_k} = 1$.

Để ý rằng, $\mathbb{C}_p$ là trường đóng đại số, đặc trưng không và đầy đủ. Câu hỏi tự nhiên được đặt ra là: Đối với $\mathbb{K}$ là trường đóng đại số, đặc trưng không, không cần giả thiết $\mathbb{K}$ là trường đầy đủ thì các định lý nêu trên còn đúng hay không? Nhằm trả lời câu hỏi này, đề tài nghiên cứu vấn đề: **Toán tử sai phân của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không và áp dụng.**

2. Mục tiêu nghiên cứu

Trình bày lại tương tự các Định lý A, B, C cho hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không đã đưa ra trong [1].

3. Nội dung nghiên cứu

- Luận văn tổng hợp và trình bày về sai phân của hàm số trong toán học trung học phổ thông và ứng dụng.

- Luận văn trình bày tổng quan về vấn đề nhận giá trị và duy nhất đối với toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm phân hình p-adic.

- Luận văn tổng hợp, trình bày các kết quả về vấn đề nhận giá trị và duy nhất đối với toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không trong [1].

4. Kết quả nghiên cứu

- Luận văn trình bày lại các định lý về nhận giá trị và duy nhất đối với toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không. Cụ thể là:
  Định lý 2.1.3 là tương tự của Định lý A.
  Định lý 2.1.4 là tương tự của Định lý B.
  Định lý 2.2.3 là tương tự của Định lý C.

- Luận văn là tài liệu tham khảo có ích cho giáo viên Toán trung học phổ thông, học viên Cao học chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp.

5. Bố cục luận văn

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm 2 chương:

Chương 1: Về toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm phân hình p-adic.

Trong Chương 1, chúng tôi trình bày về sai phân của hàm số trong toán học trung học phổ thông và ứng dụng của nó và ứng dụng của nó vào chứng minh Định lý Wilson. Ngoài ra, chúng tôi trình bày tổng quan về toán tử sai phân, đa thức sai phân của hàm phân hình p-adic làm cơ sở cho việc tương tự đối với hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không.

Chúng tôi cũng nhắc lại các khái niệm độ cao, hàm đếm và hai định lý nhận giá trị của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không. Các kết quả này ở trong [1] và được trình bày ở [2].

Chương 2: Toán tử sai phân của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc trưng không.

Trong Chương 2, chúng tôi trình bày lại các kết quả trong [1]. Các định lý