

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

-----

MA THỊ THÚY HỒNG

SỬ DỤNG PHẦN MỀM MINH  
HỌA MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ  
YẾU TỐ THAY ĐỔI

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP  
Mã số: 60.46.01.13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:  
PGS. TS. TRỊNH THANH HẢI

THÁI NGUYÊN - NĂM 2014

# Mục lục

Mục lục	i
Lời cảm ơn	ii
Mở đầu	1
<b>1 KIẾN THỨC CHUẨN BỊ</b>	<b>2</b>
1.1 Phần mềm "Vi thế giới" . . . . .	2
1.2 Sử dụng phần mềm "Vi thế giới" để biểu diễn, minh họa kết quả bài toán . . . . .	3
<b>2 MINH HỌA KẾT QUẢ MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ YẾU TỐ THAY ĐỔI TRONG CHƯƠNG TRÌNH THPT</b>	<b>15</b>
2.1 Bài toán về tính tiếp xúc . . . . .	15
2.1.1 Bài toán . . . . .	15
2.1.2 Một số ví dụ . . . . .	17
2.2 Bài toán về điểm cố định . . . . .	25
2.2.1 Bài toán . . . . .	25
2.2.2 Một số ví dụ . . . . .	25
2.3 Bài toán quỹ tích . . . . .	35
2.3.1 Bài toán . . . . .	35
2.3.2 Một số ví dụ . . . . .	36
<b>Kết luận</b>	<b>42</b>

# Lời cảm ơn

Em xin chân thành cảm ơn PGS. TS. Trịnh Thanh Hải đã giới thiệu và giúp em làm quen với việc sử dụng phần mềm minh họa kết quả của một số bài toán có yếu tố thay đổi trong chương trình Toán ở trường phổ thông hiện nay, đồng thời thầy đã tận tình hướng dẫn em trong suốt quá trình từ khi em nhận đề tài đến khi em hoàn thành luận văn.

Em xin chân thành cảm ơn trường Đại học Khoa học, khoa Toán - Tin, các thầy giáo, cô giáo, các bạn lớp cao học Toán K6C, các bạn đồng nghiệp đã luôn động viên giúp đỡ em yên tâm học tập, công tác và hoàn thiện luận văn.

Với trình độ và điều kiện nghiên cứu của bản thân còn nhiều hạn chế, nên bài luận văn này không thể tránh khỏi những thiếu sót. Em rất mong nhận được sự phê bình, góp ý của các thầy, cô giáo và các bạn học viên cho luận văn này đem lại những ứng dụng thực tế tốt.

Một lần nữa, em xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2014

Người viết Luận văn

Ma Thị Thúy Hồng

# LỜI NÓI ĐẦU

Trong chương trình toán ở trường THPT các bài toán có yếu tố thay đổi như: Bài toán về hàm số có chứa tham số, bài toán quỹ tích,...là những bài toán khó và trừu tượng với hầu hết học sinh. Với mong muốn minh họa một cách trực quan kết quả lời giải của các bài toán thông qua việc sử dụng đồ họa máy tính, chúng tôi chọn đề tài "**Sử dụng phần mềm minh họa một số bài toán có yếu tố thay đổi**" làm luận văn thạc sĩ.

Nhiệm vụ của luận văn là:

- Hệ thống hóa một vài dạng toán có yếu tố thay đổi trong chương trình THPT, với mỗi dạng sau khi đưa ra định hướng giải quyết luận văn sẽ lựa chọn một vài ví dụ cụ thể và đưa ra lời giải chi tiết.
- Nhiệm vụ chính của luận văn là sử dụng phần mềm minh họa kết quả của lời giải bài toán.
- Trong luận văn ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo gồm hai chương:

Chương I: Kiến thức chuẩn bị

Chương II: Minh họa kết quả một số bài toán có yếu tố thay đổi trong chương trình Toán ở trường phổ thông.

Trong quá trình viết luận văn cũng như quá trình xử lý văn bản chắc chắn không tránh khỏi những hạn chế thiếu sót. Rất mong nhận được sự góp ý của các thầy, cô các bạn đồng nghiệp để luận văn hoàn thiện hơn.

Thái nguyên, tháng 9 năm 2014

Học viên

Ma Thị Thúy Hồng

# Chương 1

## KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

### 1.1 Phần mềm "Vi thế giới"

Khái niệm "**Vi thế giới**" được đề cập lần đầu vào những năm 60 thế kỷ XX từ việc xác định đặc trưng cho vũ trụ hoạt động của người máy. Có thể nêu lên các đặc trưng cơ bản của một "**Vi thế giới**" là:

(1) Một môi trường gồm những đối tượng và những quan hệ.

(2) Một tập hợp những thao tác cho phép hành động trên những vật thể và cho phép tạo ra những vật thể mới, tạo ra những quan hệ mới.

Với các thuộc tính "cấu trúc", "động", "liên tục" và tính tương tác rất cao, các vi thế giới cung cấp các chức năng cơ bản để mô hình hóa các bài toán và nghiên cứu bài toán trên các mô hình, chẳng hạn các vi thế giới cho phép người sử dụng:

(1) Tạo ra các đối tượng cơ bản như điểm, đoạn thẳng,.. các mối quan hệ cơ bản như quan hệ liên thuộc, quan hệ ở giữa, quan hệ song song, quan hệ vuông góc...

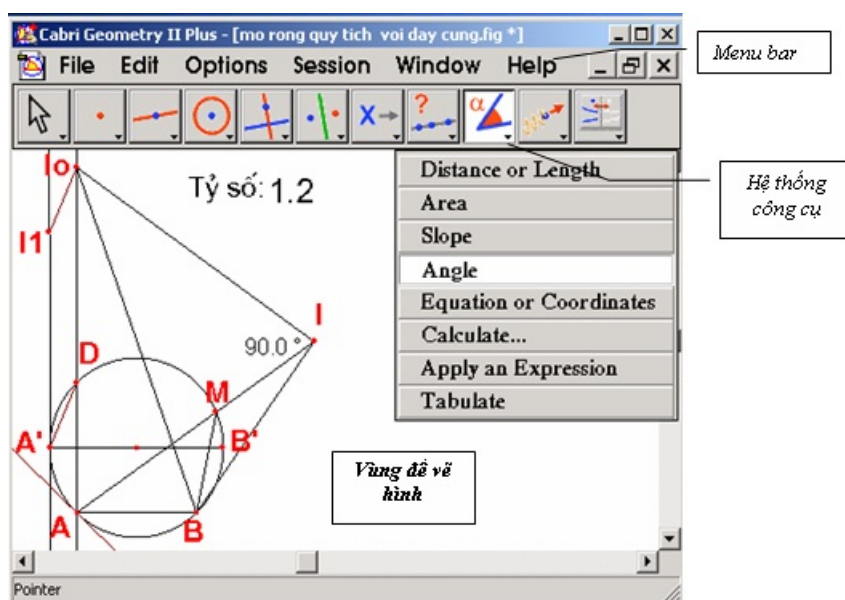
(2) Tác động lên những đối tượng đã có nhằm xác lập những đối tượng mới, những quan hệ mới.

(3) Khi tác động vào các đối tượng như thay đổi thuộc tính các đối tượng ... thì cấu trúc và mối quan hệ giữa các đối tượng vẫn được bảo toàn.

(4) Hỗ trợ nghiên cứu các hiện tượng một cách liên tục.

(5) Có các chức năng cho phép tính toán, đo đạc, kiểm tra các mối quan hệ giữa các đối tượng. ...

Trên thế giới các phần mềm như *Omnigraph*, *Coypu*, *Mentoniez*, *Cheypre*, *Defi*, *Geometer's Sketchpad*, *Geospacw*, *Geoplanw*, *Euclides*, *Autograph*, *Geometry Cabri...* đang được sử dụng rộng rãi vì bản thân chúng đã thỏa mãn một phần hoặc hầu hết các đặc trưng của một phần mềm "**Vi thế giới**".



Hình 1.1: Hình vẽ minh họa.

## 1.2 Sử dụng phần mềm "**Vi thế giới**" để biểu diễn, minh họa kết quả bài toán

Sử dụng phần mềm "**Vi thế giới**" để biểu diễn, minh họa kết quả bài toán, cần thực hiện các bước cơ bản sau:

**Bước 1:** Xác định bài toán.

- Trong bước này cần xác định rõ yếu tố thay đổi (đối tượng động)
- Mối quan hệ giữa các đối tượng (thường được cho dưới dạng một biểu thức giải tích hoặc một hệ các ràng buộc...).

**Bước 2:** Xây dựng mô hình biểu diễn bài toán:

- Trường hợp bài toán hình học: Sử dụng các công cụ của "**Vi thế giới**" theo các bước dựng hình cơ bản.

- Trường hợp bài toán được biểu diễn bởi một biểu thức giải tích  $f(x, m)$ :  
Trình tự xây dựng mô hình như sau:

(1) Xác định hệ trục tọa độ  $Oxy$ .

(2) Lấy một điểm  $X(x; 0)$  bất kỳ thuộc miền xác định của hàm số và điểm  $M(m, 0)$  bất kỳ thuộc miền giá trị của tham số.

(3) Tính giá trị  $y = f(x, m)$ .

(4) Dựng điểm  $Y(x; f(x, m))$ .

**Bước 3:** Đưa ra mô hình trực quan của bài toán.

Ta sẽ sử dụng các chức năng để thay đổi tham số và nhận được mô hình trực quan của bài toán.

**Ví dụ 1.1** Xét bài toán: "Chứng tỏ rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{(m+1)x+m+2}{x+m+2}$  luôn luôn đi qua hai điểm cố định bất chấp  $m$  (ngoại trừ một vài giá trị của  $m$  mà ta sẽ tìm ra)".

Việc sử dụng "**Vi thế giới**" để minh họa kết quả như sau:

**Bước 1:** Xác định bài toán:

Trong trường hợp này, mối quan hệ giữa các yếu tố được cho bởi biểu thức giải tích:  $y = \frac{(m+1)x+m+2}{x+m+2}$ , trong đó  $m$  là giá trị thay đổi nhận giá trị thực.

**Bước 2:** Xây dựng mô hình biểu diễn hàm số:

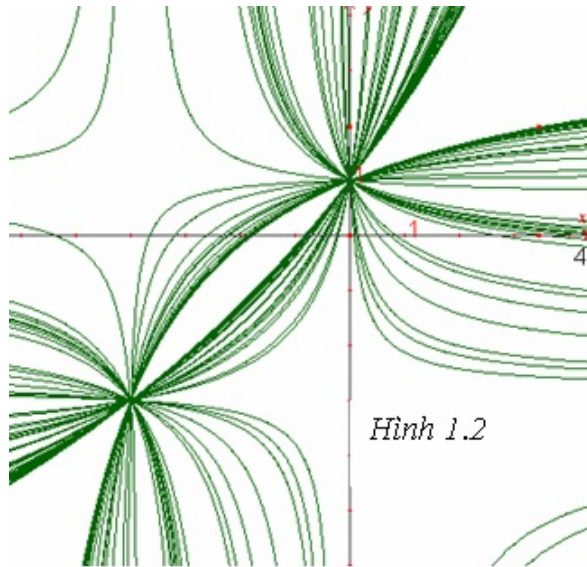
Sử dụng phần mềm Geometry Cabri thì các thao tác chính như sau:

- Chọn chức năng *Point on Object* lấy  $X(x; 0), M(m; 0)$  bất kỳ trên trục  $Ox$
- Chọn chức năng *Equation and Coordinates*: cho hiện tọa độ của hai điểm  $X, M$  ra màn hình.
- Chọn công cụ *Calculate*: tính giá trị của hàm số trong đó  $x$  là hoành độ điểm  $X, m$  là hoành độ của điểm  $M$ .
- Chọn chức năng *Measurement Transfer*: lần lượt bấm chọn giá trị vừa tính được sau đó chỉ vào trục tung  $Oy$ . Ta xác định được điểm  $Y$  thuộc  $Oy$ .
- Chọn công cụ *Perpendicular Line*: lần lượt dựng các đường vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $X$ , vuông góc với  $Oy$  tại điểm  $Y$ .
- Chọn chức năng *Intersection Points*: xác giao điểm  $N$  của hai đường thẳng vuông góc vừa dựng.  $N$  sẽ là điểm có tọa độ  $(x, f(x))$ .
- Chọn chức năng *Locus*: lần lượt chỉ vào điểm  $N$  và điểm  $X$  để *Cabri Geometry*

đưa ra đồ thị của hàm số.

**Bước 3:** Minh họa hình ảnh của điểm cố định.

- Chọn chức năng *TraceOn/Off* : gán thuộc tính để lại vết cho đường cong.
- Cho điểm  $M$  thay đổi khi đó vết để lại của họ đường cong tương ứng với các giá trị của  $m$  sẽ cho ta hình ảnh đồ thị của hàm số  $y = f(x, m)$ . Hình ảnh cho thấy rõ ràng đồ thị của hàm số đã cho luôn đi qua hai điểm cố định  $(0; 1)$  và  $(-4; -3)$  như lời giải của bài toán.



Hình 1.2

Hình 1.2: Hình vẽ minh họa.

**Ví dụ 1.2** Xét bài toán: Cho đường tròn đường kính  $AB$  cố định,  $M$  là một điểm cố định chạy trên đường tròn. Trên tia đối của tia  $MA$  lấy điểm  $I$  sao cho  $MI = 2MB$ . Tìm tập hợp các điểm  $I$ .

**Bước 1:** Xác định bài toán:

Đây là dạng bài toán quỹ tích hình học, trong đó yếu tố quỹ tích là vị trí của điểm  $M$  chạy trên đường tròn.

**Bước 2:** Xây dựng mô hình của bài toán:

Sử dụng các công cụ của phần mềm *Sketch Pad* và thực hiện theo trình tự sau:

- Dựng đoạn thẳng  $AB$ .

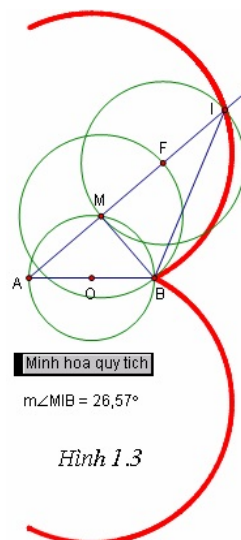


- Xác định trung điểm  $O$  của đoạn thẳng  $AB$
- Dựng đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $OA$ .
- Lấy điểm  $M$  bất kỳ thuộc  $(O, OA)$ .
- Chọn công cụ vẽ tia sau đó lần lượt nhấp chuột vào điểm  $A$  và điểm  $M$ .
- Chọn công cụ dựng đường tròn, lần lượt dựng đường tròn tâm  $M$  bán kính  $MB$  và xác định giao của đường tròn này với tia  $AM$  (gọi là điểm  $F$ ).
- Tiếp tục vẽ đường tròn tâm  $F$ , bán kính  $FM$ . Gọi giao của đường tròn này với tia  $AM$  là  $I$ .

Việc chứng minh quỹ tích bài toán là cơ bản đối với học sinh, cụ thể: vì góc  $\widehat{MIB}$  không đổi nên tập hợp các điểm  $I$  sẽ là cung chứa góc dựng trên đoạn thẳng  $AB$  (điểm  $I$  luôn nhìn đoạn thẳng  $AB$  với một góc có  $\tan$  luôn bằng  $\frac{1}{2}$ )

**Bước 3:** Minh họa mô hình quỹ tích.

- Chọn lệnh *Display/TracePoint* xác định thuộc tính để lại vết khi chuyển động cho điểm  $I$  rồi chọn lệnh *Display/AnimatePoint* cho điểm  $M$  chuyển động ta thu được hình ảnh trực quan của quỹ tích điểm  $I$ .



Hình 1.3: Hình vẽ minh họa.

**Bước 4:** Khai thác bài toán cho học sinh khá, giỏi:

Ta có thể mở rộng bài toán cho học sinh khá giỏi bằng cách đặt những câu hỏi sau:

Ta đã nhận dạng được quỹ tích là cung chắn góc dựng trên đoạn thẳng  $AB$  nhưng cụ thể cung đó nằm trên đường tròn tâm nào? Hãy xác định tâm và bán kính của đường tròn chứa quỹ tích này?

Trong bài toán ta đã xác định được quỹ tích điểm  $I$  thỏa mãn  $MI = 2MB$ . Nếu tỷ số không phải là 2 mà  $MI = k.MB$  (với  $k$  là số thực bất kỳ) thì quỹ tích điểm  $I$  như thế nào?

Trong trường hợp tổng quát,  $AB$  không phải là đường kính mà chỉ là một dây cung. Quỹ tích điểm  $I$  như thế nào?

**Minh họa bài toán mở rộng với phần mềm Sketchpad.**

**a) Nhận dạng đường tròn chứa quỹ tích**

- Cho điểm  $M$  di chuyển đến những vị trí đặc biệt. Khi  $M$  tiến đến trùng với  $A$  thì tia  $AM$  chính là tiếp tuyến  $At$  với đường tròn tâm  $O$  bán kính  $OA$  tại  $A$ .

- Sau khi lựa chọn điểm  $A$  và đoạn thẳng  $AB$ , ta chọn lệnh Construct/ Perpendicular Line để dựng đường thẳng đi qua điểm  $A$  và vuông góc với  $AB$  đây chính là tiếp tuyến  $At$ .

Gọi  $G$  là điểm thuộc  $At$  sao cho  $AG = 2AB$  (việc dựng điểm  $G$  hoàn toàn đơn giản). Vì  $AB$  cố định nên  $G$  cố định.

- Nói điểm  $I$  (yếu tố thay đổi) với các điểm  $G$  và  $B$  (là các yếu tố cố định). Bằng trực quan, học sinh cảm thấy hình như mặc dù điểm  $M$  thay đổi vị trí nhưng góc  $\widehat{GIB}$  là góc vuông? học sinh sử dụng lệnh Measure/Angle thì nhận được kết quả góc  $\widehat{GIB}$  luôn bằng  $90^\circ$

Kết luận  $I$  thuộc nửa đường tròn đường kính  $BG$ .