ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Nguyễn Huy Giảng

ĐỘ NHẠY CỦA NGHIỆM BÀI TOÁN CÂN BẰNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

Nguyễn Huy Giảng

ĐỘ NHẠY CỦA NGHIỆM BÀI TOÁN CÂN BẰNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
1. GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn

Thái Nguyên - 2014

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn tận tình và nghiêm khắc của thầy giáo GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn, nhân dịp này em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy về sự hướng dẫn hiệu quả cùng những kinh nghiệm trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Em xin bày tỏ lòng biết ơn đối với các thầy giáo, cô giáo ở Viện Toán học và Phòng quản lý đào tạo sau đại học cùng toàn thể các thầy giáo, cô giáo của trường ĐHKH Thái Nguyên.

Tôi xin chân thành cảm ơn các bạn học viên đã chia sẻ cùng tôi những khó khăn trong những năm tháng học tập xa nhà.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết vì vậy rất mong được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học sinh để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Lý thuyết tối ưu được hình thành từ những ý tưởng về cân bằng kinh tế, lý thuyết giá trị của Edgeworth và Pareto từ cuối thế kỷ 19 và đầu thế kỷ 20. Từ đó lý thuyết tối ưu được nghiên cứu sâu rộng hơn và ứng dụng vào nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật trong thực tế. Tối ưu véctơ là bộ phận quan trọng của lý thuyết tối ưu. Một số bài toán cơ bản trong lý thuyết tối ưu véctơ gồm có: Bài toán tối ưu, bài toán cân bằng Nash, bài toán bù, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa…

Bài toán điểm cân bằng được các nhà toán học sử dụng để xây dựng những mô hình kinh tế từ nửa sau thế kỷ 20 trên nền tảng các công trình của Arrow-Debreu, Nash. Sau đó bài toán được các nhà toán học tiếp tục phát biểu và chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán cân bằng dựa trên các định lý điểm bất động. Bài toán được phát biểu ngắn gọn là: tìm $\bar{x}$ € K sao cho với mọi x , trong đó K là tập con cho trước của một không gian nào đó, f: K × K → R là hàm số thực thỏa mãn f($\overline{x}$,x) ≥ 0. Đây là dạng suy rộng trực tiếp của các bài toán cổ điển trong lý thuyết tối ưu véctơ (xem [1])

Hiện nay, bài toán cân bằng đã được các nhà toán học nghiên cứu rộng hơn không chỉ ở ánh xạ đơn trị mà còn cả đối với hàm véctơ và ánh xạ đa trị.

Ngoài ra với mỗi bài toán cân bằng chúng ta đều có thể tìm ra nghiệm của nó và việc xác định tính ổn định nghiệm của bài toán cân bằng cũng là một vấn đề mà các nhà toán học quan tâm.

Với những lý do trên tôi chọn nghiên cứu đề tài: **“ Độ nhạy của nghiệm bài toán cân bằng”.**

2. Mục đích nghiên cứu

Đưa ra các mô hình bài toán tựa cân bằng loại I và nghiên cứu sự tồn tại và ổn định nghiệm của bài toán.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Tìm hiểu về bài toán tựa cân bằng tổng quát loại I và sự ổn định nghiệm của và ứng dụng.

4. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu sự ổn định nghiệm của bài toán tựa cân bằng loại I.

5. Phương pháp nghiên cứu

Để chứng minh sự tồn tại và ổn định nghiệm của bài toán cân bằng loại I ta sử dụng các định lý điểm bất động của Ky Fan, Fan-Browder và bổ đề Fan-KKM.

6. Ý nghĩa khoa học của đề tài

Trình bày một cách có hệ thống các kiến thức cơ bản về bài toán cân bằng tổng quát loại I, các ví dụ về bài toán và trình bày về độ trơn của nghiệm bài toán cân bằng.

Chương 1
Các kiến thức cơ bản

Kiến thức cơ bản của toán học bao gồm nhiều định nghĩa, định lý đã được các nhà toán học nghiên cứu từ trước đến nay ở nhiều lĩnh vực. Nó trở thành công cụ đắc lực, là tiền đề để nghiên cứu các bài toán liên quan. Ở đây, chúng ta xét tới một số không gian cơ bản để sử dụng làm tiền đề cho các bài toán ở phần sau.

1.1 Các không gian thường dùng

1.1.1 Không gian Metric

Định nghĩa 1.1. Cho E là một tập hợp khác rỗng. Một ánh xạ d từ không gian tích Descarters vào tập hợp số thực ký hiệu $d : E \times E :\to \mathbb{R}$ thỏa mãn các tiên đề sau:

1. d(x, y) ≥ 0, với mọi x,y ∈ E (tính phân biệt dương);d(x, y) = 0 khi và chỉ khi x = y;

2. d(x, y) = d(y, x), với mọi x,y ∈ E (tính đối xứng);

3. d(x, z) ≤ d(x, y) + d(y, z), với mọi x,y,z ∈ E (bất đẳng thức tam giác).

Khi đó d được gọi là khoảng cách metric trên E, số d(x,y) gọi là khoảng cách giữa hai phần tử x và y.

Ví dụ:

1. Một tập con E bất kỳ của tập số thực R với khoảng cách
d(x,y) = $x - y$ (độ dài đoạn nối x với y), là một không gian metric.

Cho {(R,d_k)} k = 1….n là các không gian metric, định nghĩa metric tích hay một metric trên E ánh xạ d gọi là trên $\mathbb{R}^n$ như sau:

$$d(x,y)=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{1}{2^k}\left(\frac{d_k(x_k,y_k)}{1+d_k(x_k,y_k)}\right)\right].$$

Kiểm tra được d(x,y) là metric trên $\mathbb{R}^n$

Ngoài ra trên một tập hợp ta có thể xây dựng nhiều metric khác nhau để có những không gian metric khác nhau

Trong không gian metric, ta có thể đưa ra khái niệm dãy hội tụ như sau:

Định nghĩa 1.2. Ta nói rằng dãy điểm $\{x_n\}$ của không gian E hội tụ tới điểm x_0 của không gian đó nếu với $\forall\varepsilon > 0, \exists n_0 \in N^*, \forall\, n \geq n_0$, d($x_n$,$x_0$) <$\varepsilon$, ký hiệu: $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$ hay $x_n \to x_0$ khi $n \to \infty$.

Ví dụ:

1. Sự hội tụ trên đường thẳng thực là sự hội tụ của một dãy số theo nghĩa thông thường.

2. Trong không gian R^k, sự hội tụ của dãy $x_n = (x_1^n, x_2^n, \dots, x_k^n)$ tới x=$(x_1, x_2, \dots, x_k)$ có nghĩa là $\sum_{i=1}^{k}(x_i^n - x_i\ )^2 \to 0\ (n \to \infty)$.

Điều này tương đương với $x_i^n \to x_i$ (i= 1,2,…,k). Vậy sự hội tụ trong không gian R^klà hội tụ theo tọa độ.

Định nghĩa 1.3. Cho không gian metric (E,d), a $\in E$, số r > 0. Ta gọi:

Tập S(a,r) = { x$\in E: d(x,a) < r\}$ là hình cầu mở tâm a, bán kính r.

Tập S’(a,r) = { x$\in E: d(x,a) \leq r\}$ là hình cầu đóng tâm a, bán kính r.

Định nghĩa 1.4. Cho không gian metric (E,d). Ta gọi là lân cận của điểm x$\in E$ mọi hình cầu mở tâm x, bán kính r nào đấy.

Ta có thể phân loại các điểm trong không gian metric như sau:

Cho không gian metric (E,d) tập A $\in E$, điểm $x \in E$:

Điểm x gọi là điểm trong của tập A nếu tồn tại lân cận của điểm x bao hàm trong tập A.

Điểm x gọi là điểm ngoài của tập A nếu tồn tại lân cận của điểm x đều không chứa điểm nào của tập A.

Điểm x gọi là điểm biên của tập A nếu mọi lân cận của điểm x đều chứa những điểm thuộc tập A và những điểm không thuộc tập A. Tập tất cả các điểm biên của tập A ký hiệu là ∂A.

Điểm x gọi là điểm giới hạn (hay điểm tụ) của tập A nếu mọi lân cận của điểm x đều chứa ít nhất một điểm của tập A khác x. Tập tất cả các điểm giới hạn của tập A được gọi là tập bao đóng của và ký hiệu là A'.

Điểm x gọi là điểm cô lập của tập A nếu $x \in A$ và không là điểm giới hạn của tập A.

Định nghĩa 1.5. Cho không gian metric (E,d) và tập $A \in E$:

Tập A gọi là tập mở trong không gian (E,d), nếu mọi điểm thuộc A đều là điểm trong A.

Tập A gọi là tập đóng trong không gian (E,d), nếu mọi điểm không thuộc A đều là điểm ngoài của A.

Các khái niệm: Tập mở, tập đóng, lân cận và sự hội tụ tạo trên không gian cùng một cấu trúc được gọi là cấu trúc tôpô.

1.1.2 Không gian tuyến tính định chuẩn

Ở trên chúng ta thấy trong không gian metric ta đã nghiên cứu về khoảng cách và sự hội tụ cũng như tính liên tục. Ngoài ra còn trong giải tích còn có liên quan tới các phép cộng hai phần tử và nhân một phần tử với một số. Để làm rõ hơn ta xét trong khái niệm không gian vectơ.

Định nghĩa 1.6. Một tập X được gọi là một không gian vectơ nếu:

- Ứng với mỗi cặp phần tử x,y của X ta có theo một quy tắc nào đó, một phần tử của X gọi là tổng x với y và được ký hiệu x+y, ứng với mỗi phần tử x thuộc X và mỗi số thực α ta có theo một quy tắc nào đó một phần tử của X gọi là tích của x với α và được ký hiệu αx. Các quy tắc nói trên thỏa mãn 8 điều kiện sau:

i) x+y = y+x;

ii) (x+y)+z=x+(y+z);

iii) Tồn tại một phần tử 0 sao cho x+0= x, $\forall x \in X$;

iv) Ứng với mỗi phần tử $x \in X$ ta có một phần tử $-x \in X$ sao cho x+(-x)=0;

v) 1.x = x, $\forall x \in X$;

vi) $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$ (trong đó α, β là những số bất kỳ);

vii) $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$;

viii) $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$;

Định nghĩa 1.7. Cho *E* là không gian tuyến tính trên trường số K, chuẩn trên X là hàm số: $\|\cdot\|$: X→ $\boldsymbol{R}^{+}$.

Ta nói $\|\cdot\|$ là chuẩn trên *E* nếu nó thỏa 3 tính chất sau:

(1) $||x|| \geq 0 \quad x \in E$; $||x|| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

(2) $||kx|| = |k|.||x||; \quad \forall x \in E, k \in \mathbb{R}$;

(3) $||x + y|| \leq ||x|| + ||y||, \quad \forall x, y \in E$.

Nếu $\|\cdot\|$ là chuẩn trên *E*, ta nói (E, $\|\cdot\|$) là không gian vecto định chuẩn.

Nếu không gian định chuẩn là không gian metric đầy đủ với Metric

$$\rho(x, y) = \|x - y\|$$

thì nó được gọi là không gian Banach.

Ví dụ:

Không gian $\mathbb{R}^2$ với các metric:

$d_1(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$;