ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG HÀ

BÀI TOÁN BÙ TUYẾN TÍNH SUY RỘNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG H□

BÀI TOÁN BÙ TUYẾN TÍNH SUY RỘNG

Chuyên nghành : TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số : 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học :

PGS.TS. Nguyễn Năng Tâm

Thái Nguyên – 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG HÀ

BÀI TOÁN BÙ TUYẾN TÍNH SUY RỘNG

Chuyên nghành : TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số : 60 46 01 12

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2014

Mục lục

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới PGS.TS. Nguyễn Năng Tâm - Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2 đã hướng dẫn và chỉ bảo tận tình để tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin chân thành cảm ơn các Thầy cô của trường Đại học Thái Nguyên đã truyền thụ kiến thức cho tôi trong suốt quá trình học tập vừa qua.

Tôi xin cảm ơn cơ quan, bạn bè đồng nghiệp, gia đình đã chia sẻ, giúp đỡ, động viên, tạo mọi điều kiện thuận lợi để tôi hoàn thiện luận văn này.

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2014

Nguyễn Thị Hồng Hà

CÁC KÝ HIỆU THƯỜNG DÙNG

H	Không gian Hilbert
$\mathbb{R}^n$	không gian Hilbert n-chiều
$\|.\|$	chuẩn trong không gian Hilbert
$\langle x, y\rangle$	tích vô hướng của hai véc tơ $x; y$
$x \perp y$	x trực giao với y
$S^{\perp}$	phần bù trực giao của S
H^*	không gian các phiếm hàm tuyến tính liên tục
$RanT = \{Tx : x \in H\}$	ảnh của toán tử T
$KerT = \{x \in H : Tx = 0\}$	hạt nhân của toán tử T
A^*	toán tử liên hợp của toán tử A
K^*	nón đối ngẫu của nón K
GLCP(T, K, q)	bài toán bù tuyến tính suy rộng

Mở đầu

Bài toán bù tuyến tính có một vị trí rất quan trọng. Nhiều tác giả trong và ngoài nước đã nghiên cứu và thu được những kết quả quan trọng của nó trong k trong không gian hữu hạn chiều và không gian vô hạn chiều. Luận văn này trình bày một cách có hệ thống những nội dung cơ bản nhất về bài toán bù tuyến tính suy rộng. Luận văn gồm 2 chương.

Chương 1: trình bày những kiến thức cơ bản về không gian Hinbert và toán tử trong không gian Hilbert, tập lồi và hàm lồi.

Chương 2: trình bày về bài toán bù tuyến tính và sự tồn tại nghiệm của nó.

Chương 1

Một số kiến thức chuẩn bị

Nội dung chính của chương bao gồm một số kiến thức cơ sở về không gian Hilbert thực và toán tử đơn tuyến tính trên không gian Hilbert.

1.1 Không gian Hilbert

Những nội dung trình bày trong chương này chủ yếu lấy từ [1] và [2].

1.2 Khái niệm về không gian Hilbert

Cho H là không gian vector trên trường số thực R.

Định nghĩa 1.1.

Ta gọi mỗi ánh xạ

$$\langle .,. \rangle : H \times H \to \mathbb{R}; \quad (x, y) \mapsto \langle x, y \rangle$$

là một tích vô hướng trên H nếu các điều kiện sau đây thỏa mãn: Với mọi $x, y, z \in H$ và $\alpha \in \mathbb{R}$

i) $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$,

ii) $\langle \alpha x, y \rangle = \alpha \langle x, y \rangle$, *iii)* $\langle x, y+z\rangle = \langle x, y\rangle + \langle x, z\rangle$,

iv) $\langle x, x\rangle \geq 0, \quad \langle x, x\rangle = 0$ *khi và chỉ khi* $x = 0$.

Số $\langle x, y\rangle$ *được gọi là tích vô hướng của* x *và* y. *Không gian véc tơ* H *cùng với một tích vô hướng xác định được gọi là không gian có tích vô hướng và thường được viết là* $(H, \langle ., .\rangle)$.

Mệnh đề 1.1.

Cho không gian véc tơ H *cùng với một tích vô hướng* $\langle ., .\rangle$ *xác định. Khi đó công thức*

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x\rangle}$$

xác định một chuẩn trên H.

Định nghĩa 1.2.

Nếu không gian có tích vô hướng $(H, \langle ., .\rangle)$ *với chuẩn xác định như trên là một không gian đủ, thì ta gọi* $(H, \langle ., .\rangle)$ *là một không gian Hilbert.*

Ta gọi số chiều của H *là số chiều của không gian Hilbert* $(H, \langle ., .\rangle)$.

Ví dụ 1.1.

Lấy $H = \mathbb{R}^n$. *Với* $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, \ldots, y_n) \in H$ *biểu thức*

$$\langle x, y\rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

xác định một tích vô hướng trên không gian $\mathbb{R}^n$ *và với chuẩn*

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x\rangle}$$

$\mathbb{R}^n$ *trở thành một không gian Hilbert hữu hạn chiều.*

Định nghĩa 1.3.

Tập $S \subset H$ *được gọi là lồi nếu với mọi* $x, y \in S$, *đoạn thẳng nối* x, y *đều nằm trong* S. *Nói cách khác,* $S \subset H$ *là tập lồi khi và chỉ khi:*

$$\forall x, y \in S, \forall \lambda \in [0,1] \text{ ta có } x = \lambda x^1 + (1-\lambda)\, x^2 \in S.$$