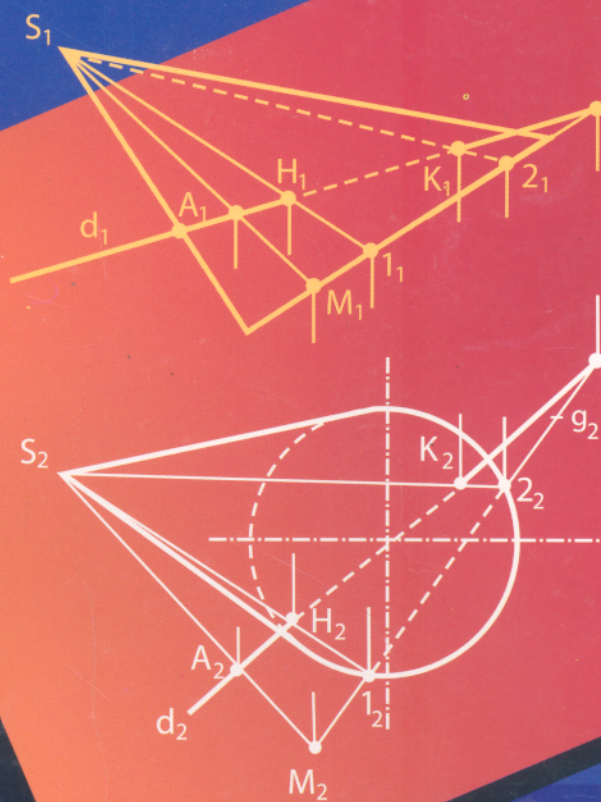


VŨ HOÀNG THÁI

HÌNH HỌC HỌA HÌNH



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

VŨ HOÀNG THÁI

HÌNH HỌC HỌA HÌNH

(Sách dùng cho các trường Đại học và Cao đẳng)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Trong các trường kỹ thuật, môn vẽ kỹ thuật cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản để đọc và vẽ các bản vẽ kỹ thuật. Môn hình học họa hình lại là môn học cung cấp những kiến thức cơ bản để học môn vẽ kỹ thuật đó.

Cuốn sách này gồm có 3 phần chia làm 9 chương, phần mở đầu giới thiệu các phép chiếu: xuyên tâm và song song; hai phần chính là: Phương pháp hình chiếu thẳng góc và phương pháp hình chiếu trục đo.

Phần một phương pháp hình chiếu thẳng góc là phần quan trọng nhất của cuốn sách. Phần một có bốn mục là:

A – Điểm, đường thẳng và mặt phẳng.

B – Phương pháp biến đổi hình chiếu.

C – Đường và mặt.

D – Khai triển các mặt.

Trong đó, mục "Điểm, đường thẳng và mặt phẳng" là cơ bản. Vì có thể nói, các hình (các mặt) đều được xây dựng từ các yếu tố cơ bản là: điểm, đường thẳng và mặt phẳng. Vì vậy, nếu nắm được phần này thì đến phần sau sẽ thuận lợi, dễ dàng.

Mục "Phương pháp biến đổi hình chiếu" giới thiệu một số phép biến hình, để đưa các hình đã cho ở vị trí bất kỳ tới vị trí đặc biệt đối với các mặt phẳng hình chiếu, để giải một số bài toán. Tức là, bằng cách biến đổi hình chiếu, có thể chuyển một số bài toán khó trở thành các bài toán dễ hơn để giải.

Mục "Đường và mặt" giới thiệu cách biểu diễn các mặt (đa diện và mặt cong) và tìm giao của các mặt đó. Đó là những nội dung quan trọng, chuẩn bị cho việc tiếp cận môn vẽ kỹ thuật sau này.

Mục "Khai triển các mặt" có tính tương đối độc lập so với các phần khác, và nó có ứng dụng trong những lĩnh vực riêng.

Phần phương pháp hình chiếu trục đo giới thiệu những cơ sở để xây dựng hình chiếu trục đo, và các loại hình chiếu trục đo được dùng trong kỹ thuật.

Đây cũng là một phương pháp biểu diễn được dùng trong kỹ thuật; song hình chiếu trục đo chỉ là hình hỗ trợ cho các hình chiếu thẳng góc khi cần. Nó giúp cho người đọc bản vẽ dễ nắm được hình dạng cơ bản của hình biểu diễn. Song với các hình phức tạp, thì nó khó biểu diễn đầy đủ được.

Sau mỗi chương đều có một số câu hỏi và bài tập, để bạn đọc thực hành và tự kiểm tra phần lý thuyết trước đó.

Cuốn sách này được viết với các đồ thức được xây dựng theo phương pháp đơn giản, dễ hiểu mà các trường vẫn dạy từ trước đến nay, nó có thể làm tài liệu học tập cho sinh viên các trường Đại học và Cao đẳng thuộc khối kỹ thuật, như cơ khí, xây dựng, v.v... Đồng thời, sách cũng có thể làm tài liệu tham khảo cho giáo viên của các trường Đại học và Cao đẳng thuộc khối kỹ thuật.

Cuốn sách chắc khó tránh khỏi còn thiếu sót, rất mong được sự góp ý của bạn đọc, để những lần tái bản sau được tốt hơn. Mọi góp ý xin gửi về : Công ty Cổ phần sách Đại học – Dạy nghề, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.

Tác giả

MỘT SỐ KÍ HIỆU

Để thuận tiện cho việc sử dụng sau này, ta thống nhất một số kí hiệu sau đây :

- *Điểm* : Kí hiệu bằng các chữ in hoa hoặc số :

Ví dụ : A, B, C, ..., M, N, ..., 1, 2, ...

- *Đường thẳng* : Kí hiệu bằng các chữ thường :

Ví dụ : a, b, c, ..., m, n, ...

Nếu đường thẳng xác định bằng hai điểm thì ta lại dùng kí hiệu điểm :

Ví dụ : AB, CD, IK, MN, ..., 12, 45, ...

- *Mặt phẳng* : Kí hiệu bằng các chữ hoa :

Ví dụ : $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \dots \mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, \dots$

Nếu có các yếu tố xác định mặt phẳng thì để chúng trong ngoặc đơn sau tên mặt phẳng :

Ví dụ : $\mathcal{P}(ABC), \mathcal{Q}(a, b), \mathcal{R}(d, M), \dots$

Cũng có thể kí hiệu mặt phẳng bằng các yếu tố xác định mặt phẳng đó :

Ví dụ : (ABC), (f, h), (M, k), ...

- *Trục hình chiếu* : kí hiệu bằng các chữ : x, y, z. (O_x, O_y, O_z).

- *Mặt phẳng hình chiếu* : kí hiệu bằng chữ π .

Mặt phẳng hình chiếu đứng : kí hiệu bằng chữ π^1 .

Mặt phẳng hình chiếu bằng : kí hiệu bằng chữ π^2 .

Mặt phẳng hình chiếu cạnh : kí hiệu bằng chữ π^3 .

- *Mặt cong* : kí hiệu bằng các kí tự đặc biệt như: ϕ, Σ, \dots

- *Hình chiếu đứng* : có chỉ số là 1. Ví dụ : $A_1, B_1, d_1, m_1, \mathcal{P}_1, \mathcal{Q}_1, \dots$

- *Hình chiếu bằng* : có chỉ số là 2. Ví dụ : $C_2, D_2, a_2, b_2, \mathcal{P}_2, \mathcal{Q}_2$

- *Hình chiếu cạnh* : có chỉ số là 3. Ví dụ : $A_3, B_3, m_3, n_3, \mathcal{P}_3, \mathcal{Q}_3$

* *Vuông góc* : dùng dấu \perp , hoặc dấu \perp .

Ví dụ : $a \perp b, d \perp \mathcal{P}, \mathcal{P} \perp \mathcal{R}, \dots$

- *Song song* : dùng dấu //.

Ví dụ : $a // b, d // \mathcal{R}, \mathcal{P} // \mathcal{Q}, \dots$

• *Thuộc* (thay cho từ "đi qua", "chứa", "nằm trên" mà ta vẫn dùng trước đây) :

Dùng kí hiệu : \ni .

Ví dụ : $a \ni \mathcal{R}, M \ni d, \dots$

- *Giao nhau (cắt nhau)* : dùng kí hiệu : \times , hoặc \cap

Ví dụ : $M = a \times b, d = \mathcal{P} \cap \mathcal{R}$.

- *Trùng nhau, dùng kí hiệu* : \equiv

Ví dụ : $M \equiv N; a \equiv b, \dots$

- *Xấp xỉ (gần bằng), dùng kí hiệu* : \approx

Ví dụ : $\alpha \approx 7^0, 10'; \beta \approx 41^0, 25'; \dots$

Một số chữ viết tắt

* mffg I : mặt phẳng phân giác thứ I.

* mffg II : mặt phẳng phân giác thứ II.

* đđndvmfhcd : đường dốc nhất đối với mặt phẳng hình chiếu đứng π^1 .

* đđndvmfhcb : đường dốc nhất đối với mặt phẳng hình chiếu bằng π^2 .

PHẦN MỞ ĐẦU

1. MỤC ĐÍCH MÔN HỌC

Hình học họa hình (gọi tắt là Hình họa) là môn học cơ bản trong các trường kỹ thuật. Nó có các mục đích sau :

* Nghiên cứu các phương pháp biểu diễn các hình trong không gian bằng các hình vẽ trên mặt phẳng.

* Giải các bài toán hình học không gian bằng các hình trên mặt phẳng đó.

* Nâng cao khả năng tưởng tượng (hình dung) các hình tương ứng trong không gian từ các hình biểu diễn trên mặt phẳng đó. Đây cũng là một yêu cầu quan trọng của môn học vẽ kỹ thuật sau này.

2. PHÉP CHIẾU XUYÊN TÂM

2.1. Định nghĩa. Cho mặt phẳng π gọi là mặt phẳng hình chiếu, một điểm S (không thuộc π) gọi là tâm chiếu. Nếu có một điểm A , đường thẳng SA cắt mặt phẳng π tại điểm A_1 thì điểm A_1 đó gọi là hình chiếu xuyên tâm của điểm A (hình 1).

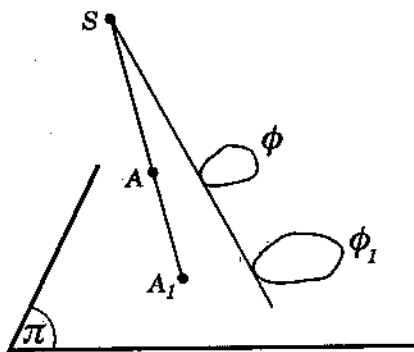
Đường thẳng SA đó gọi là đường thẳng chiếu (hoặc tia chiếu).

Nếu có một hình Φ thì tập hợp hình chiếu xuyên tâm của tất cả các điểm thuộc Φ là hình Φ_1 , thì hình Φ_1 gọi là hình chiếu xuyên tâm của hình Φ .

2.2. Tính chất

* Hình chiếu xuyên tâm của một đường thẳng nói chung là một đường thẳng.

Thật vậy, giả sử ta có đường thẳng $a(AB)$, mọi đường thẳng chiếu khi chiếu các điểm thuộc đường thẳng a đều thuộc mặt phẳng (S, a) , nên giao tuyến của mặt phẳng (S, a) với mặt phẳng π là đường thẳng a_1 , thì đường thẳng a_1 chính là hình chiếu xuyên tâm của đường thẳng a (hình 2).



Hình 1

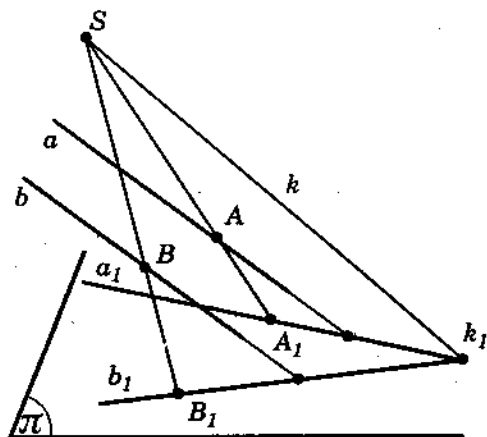
Đặc biệt, nếu đường thẳng đi qua tâm chiếu S thì hình chiếu xuyên tâm của nó là một điểm. Ví dụ đường thẳng d trên hình 2, có hình chiếu xuyên tâm là điểm d_1 ($d_1 = d \times \pi$).

Đường thẳng d (đi qua tâm chiếu) như vậy gọi là đường thẳng chiếu, (hoặc tia chiếu).

• Hình chiếu xuyên tâm của hai đường thẳng song song, nói chung là hai đường thẳng cắt nhau.

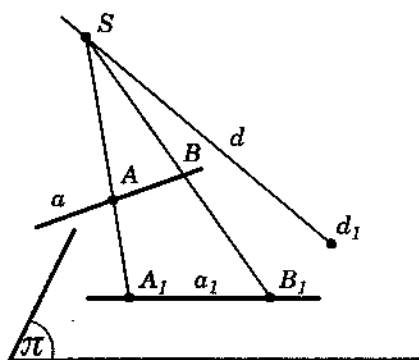
Thật vậy, giả sử ta có hai đường thẳng song song $a // b$ (hình 3).

Các hình chiếu xuyên tâm của a và b tương ứng là a_1 và b_1 lần lượt là giao tuyến của các mặt phẳng $\mathcal{A}(a, S)$ và $\mathcal{B}(b, S)$ với mặt phẳng π .



Hình 3

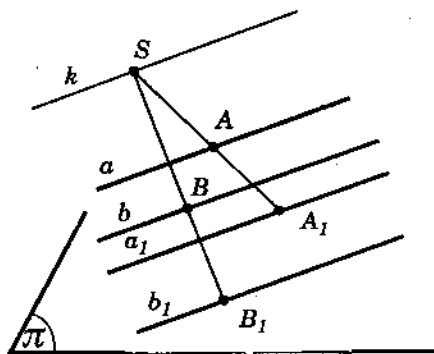
Thật vậy, giả sử ta có hai đường thẳng a và b song song : $a // b$ (hình 4). Khi đó hai mặt phẳng (a, S) và (b, S) cắt nhau theo đường thẳng k (đi qua tâm chiếu S), vì k song song với a và b nên k cũng song song với mặt phẳng π . Nói cách khác, đường thẳng k cắt mặt phẳng π tại một điểm vô tận.



Hình 2

Vì hai mặt phẳng $\mathcal{A}(a, S)$ và $\mathcal{B}(b, S)$ có điểm S chung nên chúng phải cắt nhau theo đường thẳng k đi qua tâm chiếu S . Đường thẳng k (phải song song với a và b) cắt mặt phẳng π tại điểm k_1 , thì k_1 chính là giao điểm của hai hình chiếu a_1 và b_1 . Tức là hình chiếu của hai đường thẳng a, b là hai đường thẳng a_1, b_1 cắt nhau.

Đặc biệt, nếu hai đường thẳng song song, mà chúng lại song song với mặt phẳng π thì hình chiếu xuyên tâm của chúng là hai đường thẳng song song.



Hình 4

Gọi a_1 và b_1 tương ứng là hình chiếu xuyên tâm của a và b , thì a_1 và b_1 cũng cắt nhau tại một điểm vô tận. Hoặc, a_1 và b_1 song song : $a_1 \parallel b_1$.

• Hình chiếu xuyên tâm bảo tồn tỷ số kép của bốn điểm thẳng hàng.

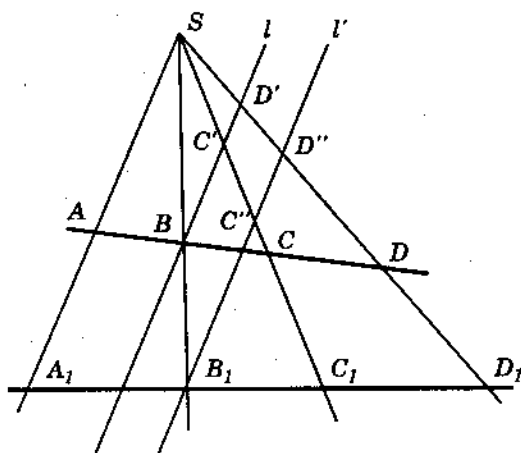
Thật vậy, giả sử ta có bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Ta gọi :

$k = \frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB}$ là tỷ số kép của bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Viết gọn lại là : $k = (ABCD)$.

Gọi A_1, B_1, C_1 và D_1 tương ứng là hình chiếu xuyên tâm của bốn điểm A, B, C và D (hình 5). Qua B vẽ đường thẳng $l \parallel SA$. Đường thẳng l cắt SC tại C' và cắt SD tại D' .



Hình 5

Để thấy hai tam giác SAC và $C'BC$ đồng dạng, nên ta có :

$$\frac{CA}{CB} = \frac{SA}{C'B} \quad (1)$$

Hai tam giác SAD và $D'BD$ cũng đồng dạng, nên ta có :

$$\frac{DA}{DB} = \frac{SA}{D'B} \quad (2)$$

Chia (1) cho (2) ta có :

$$\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{SA}{C'B} : \frac{SA}{D'B} = \frac{D'B}{C'B} \quad (3)$$

Tương tự, qua B_1 vẽ đường thẳng $l' \parallel SA$. Đường thẳng l' cắt SC tại C_1 và cắt SD tại D_1 .

Và ta cũng có :

$$\frac{C_1A_1}{C_1B_1} : \frac{D_1A_1}{D_1B_1} = \frac{B_1D''}{B_1C''} \quad (4)$$

Vì hai đường thẳng l và l' cùng song song với SA nên $l//l'$, và ta có :

$$\frac{D'B}{C'B} = \frac{D''B_1}{C''B_1} \quad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) ta có :

$$\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{C_1A_1}{C_1B_1} : \frac{D_1A_1}{D_1B_1} \quad (6)$$

Viết gọn lại là :

$$(ABCD) = (A_1B_1C_1D_1). \quad (6)'$$

Đó là điều phải chứng minh.

3. KHÔNG GIAN OCLIT 3 – CHIỀU CÓ BỔ SUNG CÁC YẾU TỐ VÔ TẬN

Để xây dựng hình biểu diễn của các hình trong không gian lên mặt phẳng ta phải dùng các phép chiếu. Ví dụ, trong phép chiếu xuyên tâm nói trên, nếu ta có một điểm M mà đường thẳng SM lại song song với mặt phẳng hình chiếu π , thì như quan niệm xưa nay, đường thẳng SM không cắt mặt phẳng π , nên điểm M không có hình chiếu xuyên tâm trên mặt phẳng π .

Như vậy, để có sự tương ứng giữa các yếu tố của không gian và các hình biểu diễn trên mặt phẳng hình chiếu π , ta bổ sung vào không gian Oclit các yếu tố vô tận sau :

- Mỗi đường thẳng một *điểm vô tận*.
- Mỗi mặt phẳng một *đường thẳng vô tận*. Đó là tập hợp các điểm vô tận của tất cả các đường thẳng thuộc mặt phẳng đó.
- Toàn bộ không gian một *mặt phẳng vô tận*. Đó là tập hợp các đường thẳng vô tận của tất cả các mặt phẳng trong không gian.

Khi đó :

Hai đường thẳng song song thì cắt nhau ở một điểm vô tận;

Đường thẳng và mặt phẳng song song cũng cắt nhau ở một điểm vô tận;

Hai mặt phẳng song song cũng cắt nhau theo một đường thẳng vô tận.