ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LẠI TIẾN ĐẨU

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG HÌNH HỌC TỔ HỢP VÀ SỐ HỌC

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - NĂM 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LẠI TIẾN ĐẨU

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG HÌNH HỌC TỔ HỢP VÀ SỐ HỌC

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số 60 46 01 13

Người hướng dẫn khoa học
GS. TSKH. NGUYỄN VĂN MẬU

THÁI NGUYÊN - NĂM 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận văn này là công trình nghiên cứu của tôi (từ tháng 9 năm 2014 đến tháng 3 năm 2015), trên cơ sở tham khảo các tài liệu, tham dự các buổi hội thảo các chuyên đề Toán học và kinh nghiệm qua các năm công tác.

Mục lục

Mở đầu

1. Lí do chọn đề tài

Chuyên đề về phương pháp tọa độ có vị trí quan trọng trong toán học bậc trung học phổ thông. Nó không chỉ là đối tượng nghiên cứu trọng tâm của hình học mà còn là công cụ đắc lực trong nhiều lĩnh vực của giải tích, đại số, lượng giác và các ứng dụng khác.

Trong các kỳ thi học sinh giỏi Toán quốc gia, Olympic Toán quốc tế thì các bài toán liên quan đến các dạng toán rời rạc trong hình học tổ hợp và số học cũng hay được đề cập và được xem như là những dạng toán thuộc loại khó. Các bài toán dạng này thường ít được đề cập trong chương trình toán ở bậc trung học phổ thông.

Để đáp ứng cho nhu cầu bồi dưỡng giáo viên và bồi dưỡng học sinh giỏi về chuyên đề ứng dụng phương pháp tọa độ, luận văn "Phương pháp tọa độ trong hình học tổ hợp và số học" nhằm cung cấp một số phương pháp có tính hệ thống để tiếp cận các dạng toán từ hình học tổ hợp và số học liên quan.

2. Mục đích nghiên cứu

Hệ thống hóa Lý thuyết và cách giải các dạng bài tập Hình học tổ hợp và Số học bằng phương pháp tọa độ đồng thời nắm được một số kỹ thuật tính toán liên quan.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

3.1. Đối tượng nghiên cứu

Nghiên cứu các bài toán Hình học tổ hợp và Số học giải theo phương pháp tọa độ, bài toán liên quan đến lưới ô vuông.

3.2. Phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu các tài liệu bồi dưỡng học sinh giỏi, kỷ yếu hội thảo các chuyên đề bồi dưỡng HSG cấp tỉnh, cấp quốc gia, thi Olympic; tủ sách chuyên Toán.

4. Phương pháp nghiên cứu

Tham khảo các tài liệu bồi dưỡng cho giáo viên, bồi dưỡng HSG.

Tham gia các buổi seminar: Các chuyên đề toán phổ thông, Các trường hè bồi dưỡng nâng cao kiến thức chuyên môn để trao đổi các kết quả đang nghiên cứu.

5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài

Luận văn là một chuyên đề hướng tới bồi dưỡng học sinh giỏi bậc trung học phổ thông. Tạo được một đề tài phù hợp cho việc giảng dạy, bồi dưỡng học sinh trung học phổ thông. Đề tài đóng góp thiết thực cho việc học và dạy các chuyên đề toán trong trường THPT, đem lại niềm đam mê sáng tạo trong việc dạy và học toán.

6. Cấu trúc của luận văn

Ngoài phần Mở đầu và Kết luận, luận văn được chia thành ba chương đề cập đến các vấn đề sau đây:

Chương 1 trình bày về phương pháp tọa độ và các tính chất liên quan.

Chương 2 trình bày phương pháp tọa độ giải các bài toán trong hình học tổ hợp và số học.

Chương 3 trình bày một số đề toán thi Olympic.

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học đầy nhiệt tình và nghiêm túc của GS.TSKH. Nguyễn Văn Mậu. Nhân dịp này tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và kính trọng sâu sắc đối với Giáo sư - người thầy đã truyền đạt nhiều kiến thức quý báu cùng với kinh nghiệm nghiên cứu khoa học trong suốt thời gian tác giả theo học và nghiên cứu đề tài.

Đồng thời, tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến Ban giám hiệu trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên; Phòng Đào tạo, Khoa Toán - Tin, các thầy cô giảng dạy lớp Cao học K7N (Khóa 2013-2015) - trường Đại học Khoa học; Ban giám hiệu Trường THPT Trần Nhân Tông - Nghĩa Hưng - Nam Định và gia đình đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, động viên tác giả trong suốt quá trình học tập, công tác và thực hiện đề tài luận văn này.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2015

Tác giả

Lại Tiến Đẩu

Chương 1

Phương pháp tọa độ và các tính chất liên quan

1.1 Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng và trong không gian

Định nghĩa 1.1 (Hệ tọa độ Đề-các tổng quát và hệ tọa độ trực chuẩn).

a) Trục tọa độ là một đường thẳng trên đó đã chọn một điểm O làm gốc và một véctơ $\overrightarrow{e}$ ($\overrightarrow{e}$ khác $\overrightarrow{0}$). Ta lấy điểm I trên đường thẳng đó sao cho $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{e}$ thì tia OI (có gốc O và đi qua I) gọi là tia dương của trục. Ta ký hiệu tia đó là Ox. Tia đối của tia Ox là tia âm của trục và ký hiệu là Ox'. Trục nói trên được ký hiệu là trục $x'Ox$.

b) Trên mặt phẳng cho hai trục $x'Ox$ và $y'Oy$ cắt nhau tại O. Các véctơ đơn vị $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$ lần lượt được đặt trên Ox, Oy và có chung gốc O. Chú ý rằng các véctơ $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$ đều khác $\overrightarrow{0}$, có thể độ dài khác nhau.

Hệ gồm hai trục đã cho gọi là hệ trục tọa độ tổng quát hay hệ trục tọa độ Đề-các xiên góc trong mặt phẳng, ký hiệu Oxy. Cặp véctơ $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ có thứ tự gọi là cơ sở của hệ tọa độ. Các trục $x'Ox$, $y'Oy$ lần lượt được gọi là trục hoành và trục tung, O là gốc tọa độ.

c) Trong không gian cho ba trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ có chung gốc O và không cùng nằm trên một mặt phẳng. Gọi $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$ là các véctơ đơn vị trên các trục đó (đơn vị ở đây là của từng trục), các véctơ này đều khác $\overrightarrow{0}$.

Hệ thống gồm ba trục đã cho với cơ sở $(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3})$ gọi là hệ tọa độ Đề -các tổng quát trong không gian, ký hiệu $Oxyz$. Điểm O gọi là gốc tọa độ và các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt gọi là trục hoành, trục tung và trục cao.

d) Hệ tọa độ Đề-các vuông góc

Trong trường hợp các trục tọa độ vuông góc với nhau từng đôi một (ở O)

và các véctơ đơn vị trên các trục có cùng độ dài, nghĩa là $|\overrightarrow{e_1}| = |\overrightarrow{e_2}| = 1$ (trong mặt phẳng) hoặc $|\overrightarrow{e_1}| = |\overrightarrow{e_2}| = |\overrightarrow{e_3}| = 1$ (trong không gian), thì hệ trục tọa độ Oxy (hay $Oxyz$) được gọi là hệ tọa độ Đề-các vuông góc hay hệ tọa độ trực chuẩn trong mặt phẳng (hay trong không gian).

1.1.1 Véctơ và tọa độ trên đường thẳng

Trên đường thẳng có định hướng và gốc ở O, một điểm M được gắn với tọa độ là x thì ký hiệu là $M = (x)$. Giả sử hai điểm A, B nằm trên đường thẳng Ox và có tọa độ là $A = (a), B = (b)$ thì số $b-a$ gọi là tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$, ký hiệu $\overrightarrow{AB} = (b-a)$. Độ dài của véctơ $\overrightarrow{AB}$, ký hiệu $|\overrightarrow{AB}| = |b-a|$.

Với ba điểm bất kỳ A, B, C trên đường thẳng, ta có

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;

(b) $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| \geq |\overrightarrow{AC}|$.

Dấu đẳng thức trong (b) xảy ra khi và chỉ khi hai véctơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng, tức là tồn tại số $k > 0$ sao cho $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ hoặc có một trong hai véctơ là véctơ không.

1.1.2 Véctơ và tọa độ trong mặt phẳng

Trên mặt phẳng xét hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc $x'Ox, y'Oy$ với $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}$ là các véctơ đơn vị.

Nếu $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2}$ thì x, y gọi là tọa độ của điểm M và ký hiệu $M(x; y)$.

Nếu $\overrightarrow{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2}$ thì a_1, a_2 gọi là tọa độ của véctơ $\vec{a}$ và ký hiệu $\overrightarrow{a} = (a_1; a_2)$.

Cho điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ và các véctơ $\overrightarrow{a} = (a_1; a_2)$, $\overrightarrow{b} = (b_1; b_2)$. Ta có,

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$,

$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)$,

$\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$, $k\overrightarrow{a} = (ka_1; ka_2)$,

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$$

$\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$ (khác $\overrightarrow{0}$) cùng phương với nhau khi và chỉ khi $a_1.b_2 = a_2.b_1$.

Độ dài của $\overrightarrow{AB}$ là $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Độ dài của véctơ $\overrightarrow{a}$ là $|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

Tích vô hướng của hai véctơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$, ký hiệu $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}$ được định nghĩa:

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}|.|\overrightarrow{b}|.\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}).$$

Biểu thức tọa độ của tích vô hướng là $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2$.
$\overrightarrow{a}$ vuông góc với $\overrightarrow{b}$ khi và chỉ khi $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$.
Công thức tính góc giữa hai véctơ:

$$\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}) = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$

Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng$(\triangle)$ có phương trình $Ax + By + C = 0$ là:

$$d(M,\triangle) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

1.1.3 Véctơ và tọa độ trong không gian

Trong không gian xét hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ với $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$ là các véctơ đơn vị.

Nếu $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{e_1} + y\overrightarrow{e_2} + z\overrightarrow{e_3}$ thì ta gọi x, y, z là tọa độ của điểm M và ký hiệu là $M(x; y; z)$.

Nếu $\overrightarrow{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3}$ thì ta gọi a_1, a_2, a_3 là tọa độ của $\overrightarrow{a}$ và ký hiệu $\overrightarrow{a} = (a_1; a_2; a_3)$.

Cho điểm $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ và các véctơ $\overrightarrow{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\overrightarrow{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Ta có
$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$,
$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$,
$\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$,
$k\overrightarrow{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$,

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

$\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$ (khác $\overrightarrow{0}$) cùng phương với nhau khi và chỉ khi bộ số $(a_1; a_2; a_3)$ tỉ lệ với bộ số $(b_1; b_2; b_3)$.

Độ dài của $\overrightarrow{AB}$ là $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
Độ dài của véctơ $\overrightarrow{a}$ là $|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
Tích vô hướng của hai véctơ $\overrightarrow{a}$ và $\overrightarrow{b}$, ký hiệu $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}$ được định nghĩa:

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}|.|\overrightarrow{b}|.\cos(\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}).$$