ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC
- - - - - - - - - - - - - - - - - -

NỊNH THỊ THU

PHƯƠNG PHÁP VÉC TƠ

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2014

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

NỊNH THỊ THU

PHƯƠNG PHÁP VÉC TƠ

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP

Mã số: 60.46.01.13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

PGS.TS. NGUYỄN VIỆT HẢI

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2014

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng các kết quả nghiên cứu trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với các đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2014

Tác giả

Nịnh Thị Thu

Mục lục

Lời nói đầu

Bản thân các bài toán chứng minh các đẳng thức véc tơ, dựng các véc tơ, tính toán trên các véc tơ, ... đã là những nội dung phong phú và là một trong những cải tiến của sách giáo khoa hiện hành so với sách giáo khoa trước đây. Véc tơ là một công cụ mạnh giải được nhiều bài toán khác, kể cả các bài toán không có nội dung hình học. Hiện nay việc sử dụng véc tơ để giải toán vẫn còn là công việc khó khăn đối với cả giáo viên và học sinh. Trong khi nhiều vấn đề toán học hiện đại và nội dung các bài thi học sinh giỏi luôn luôn đề cập đến véc tơ và các phương pháp sử dụng véc tơ như một công cụ chủ yếu để giải toán. Đây là cơ sở khoa học để tác giả lựa chọn đề tài cho bản luận văn **"Phương pháp véc tơ"**

Mục đích chính của luận văn: *nghiên cứu một phương pháp rất cơ bản để ứng dụng véc tơ vào giải các bài toán hình học phẳng và hình học không gian.*

Bản luận văn bao gồm lời nói đầu, ba chương, kết luận và danh mục tài liệu tham khảo:

Chương 1: Không gian véctơ Euclid và không gian Euclid

Chương này dành cho việc hệ thống lại những kiến thức cơ bản về không gian véc tơ và tích vô hướng. Những kiến thức này là cơ sở để tìm ra các kĩ thuật giải các bài toán hình học trong mặt phẳng và trong không gian nhờ vào véc tơ.

Chương 2: Phương pháp véc tơ trong mặt phẳng

Chương này trình bày phương pháp véc tơ để giải các bài toán hình học phẳng. Các bài toán đưa ra khá đa dạng nên các kỹ thuật sử dụng véc tơ cũng phong phú. Các dạng toán chính trong chương: Chứng minh một đẳng thức véc tơ, chứng minh một hệ thức hình học, tính toán một biểu thức hình học, chứng minh bất đẳng thức hình học, chứng minh quan hệ song song và vuông góc, chứng minh tính đồng quy thẳng hàng. Mỗi một dạng toán đưa ra được các kỹ thuật sử dụng phương pháp véc tơ một cách thích hợp.

Chương 3: Phương pháp véc tơ trong không gian

Chương này trình bày kỹ thuật chứng minh các bài toán về đồng quy, song song, đồng phẳng, thuộc một mặt phẳng trong không gian dựa vào các tính chất của véc tơ, hệ độc lập tuyến tính, hệ phụ thuộc tuyến tính trong không gian. Sử dụng tích vô hướng giải được các bài toán về hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc mặt phẳng, mặt phẳng vuông góc mặt phẳng, các bước tính đoạn thẳng vuông góc chung; giải các bài toán về tính góc, tính diện tích, thể tích, ... thông qua bảng nhân vô hướng.

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải (Trường Đại Học Hải Phòng). Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin chân thành cảm ơn ban lãnh đạo phòng sau Đại học, quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K6B (2012-2014) Trường Đại Học Khoa Học - Đại Học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn !

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2014

Tác giả

Nịnh Thị Thu

Chương 1

Không gian véctơ Euclid và không gian Euclid

1.1 Không gian véctơ và các tính chất cơ bản

1.1.1 Định nghĩa không gian véc tơ

Định nghĩa 1.1: *Cho $\mathbb{V}$ là một tập hợp mà các phần tử được ký hiệu là: α, β, γ,... K là một trường mà các phần tử được ký hiệu là a, b, c, x, y, z, ... Trên $\mathbb{V}$ ta có hai phép toán:*

Phép cộng hai phần tử của $\mathbb{V}$:

$$\mathbb{V} \text{ x } \mathbb{V} \to \mathbb{V}$$
$$(\alpha, \beta) \mapsto \alpha + \beta$$

Phép nhân một phần tử của $\mathbb{V}$ với một phần tử của K:

$$K \text{ x } \mathbb{V} \to \mathbb{V}$$
$$(\mathrm{x}, \alpha) \mapsto \mathrm{x}.\alpha$$

Giả sử với mọi $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{V}$, mọi x, y $\in K$ các điều kiện sau được thoả mãn:

i. $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

ii. Tồn tại vectơ $\theta + \alpha = \alpha + \theta = \alpha$.

iii. Với mỗi α có một phần tử α' sao cho $\alpha + \alpha' = \alpha' + \alpha = \theta$.

iv. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$

v. $\mathrm{x}.(\alpha + \beta) = \mathrm{x}.\alpha + \mathrm{x}.\beta$

vi. $(\mathrm{x} + \mathrm{y}).\alpha = \mathrm{x}.\alpha + \mathrm{y}.\alpha$

vii. $(\mathrm{xy}).\alpha = \mathrm{x}.(\mathrm{y}.\alpha)$

viii. $1.\alpha = \alpha$*, trong đó 1 là phần tử đơn vị của trường K.*

Khi đó ta nói rằng $\mathbb{V}$ là một không gian vectơ trên trường K (hoặc $\mathbb{V}$ là K - không gian vectơ). Ta cũng nói $\mathbb{V}$ là không gian tuyến tính trên trường K.

Chú ý:

- Các phần tử của $\mathbb{V}$ được gọi là các vectơ. Phần tử θ được gọi là vectơ không, α' được gọi là phần tử đối của α và được kí hiệu là $(-\alpha)$. Ta sẽ viết $\alpha + (-\beta)$ là $\alpha - \beta$ và gọi là hiệu của hai vectơ α, β.

- Khi $\mathrm{K} = \mathbb{R}$ (tương ứng $\mathrm{K} = \mathbb{C}$) ta nói $\mathbb{V}$ là không gian vectơ thực (tương ứng không gian vectơ phức).

- Khi ta nói $\mathbb{V}$ là một không gian vectơ, ta ngầm hiểu rằng ta đang nói đến $\mathbb{V}$ cùng với hai phép toán là phép cộng hai phần tử của $\mathbb{V}$ và phép nhân một phần tử của $\mathbb{V}$ với một phần tử của K.

- Để đơn giản trong cách viết, từ đây trở đi ta sẽ ký hiệu phép nhân một phần tử x thuộc trường K với một vectơ α thuộc $\mathbb{V}$ là $\mathrm{x}\alpha$ thay vì viết $\mathrm{x}.\alpha$.

1.1.2 Một số tính chất của không gian véc tơ

Mệnh đề 1.1: *Giả sử $\mathbb{V}$ là một không gian vectơ trên trường K, khi đó:*

i. *Vectơ không θ là duy nhất.*

ii. *Với mỗi $\alpha \in \mathbb{V}$, vectơ đối của α là duy nhất.*

iii. $0.\alpha = \theta$, $\forall \alpha \in \mathbb{V}$.

iv. $\mathrm{x}\theta$, $\forall \mathrm{x} \in \mathrm{K}$.

v. $\mathrm{x}\alpha = \theta$ *khi và chỉ khi* $x = 0$ *hoặc* $\alpha = \theta$.

vi. $\mathrm{x}(-\alpha) = -(\mathrm{x}\alpha) = (-\mathrm{x})\alpha, \forall \mathrm{x} \in \mathrm{K}, \alpha \in \mathbb{V}$.

vii. $\mathrm{x}(\alpha - \beta) = \mathrm{x}\alpha - \mathrm{x}\beta, \forall \mathrm{x} \in \mathrm{K}, \alpha, \beta \in \mathbb{V}$.

viii. $(\mathrm{x} - \mathrm{y})\alpha = \mathrm{x}\alpha - \mathrm{y}\alpha, \forall \mathrm{x}, \mathrm{y} \in \mathrm{K}, \alpha \in \mathbb{V}$.

ix. *Nếu* $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$ *thì* $\alpha = \beta, \forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{V}$ *(Luật giản ước).*

x. *Nếu* $\alpha + \beta = \gamma$ *thì* $\alpha = \gamma - \beta, \forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{V}$ *(Quy tắc chuyển vế).*

1.2 Hệ độc lập và phụ thuộc tuyến tính

1.2.1 Hệ độc lập và phụ thuộc tuyến tính

Định nghĩa 1.2: *Cho m vectơ* $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{\mathrm{m}}$ *của không gian vectơ* $\mathbb{V}$ *trên trường K,* $\mathrm{m} \geq 1$.

i. Hệ vectơ $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$ *được gọi là phụ thuộc tuyến tính nếu tồn tại m phần tử* $x_1,x_2,...,x_m \in K$ *không đồng thời bằng 0 sao cho:*
$x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+...+x_m\alpha_m=\theta.$

ii. Hệ vectơ $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$ *được gọi là độc lập tuyến tính nếu nó không phụ thuộc tuyến tính, hay một cách tương đương* $x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+...+x_m\alpha_m=\theta$ *kéo theo* $x_1=x_2=...=x_m=0$.

iii. Tập $S \subset \mathbb{V}$ *được gọi là độc lập tuyến tính nếu mọi hệ con hữu hạn của S đều độc lập tuyến tính.*

Một số tính chất độc lập và phụ thuộc tuyến tính:

Mệnh đề 1.2:

i. Hệ gồm một vectơ α *độc lập tuyến tính khi và chỉ khi* $\alpha \neq 0$.

ii. Một hệ vectơ chứa vectơ không θ *đều phụ thuộc tuyến tính.*

iii. Mọi hệ vectơ chứa hai vectơ tỉ lệ với nhau thì phụ thuộc tuyến tính.

iv. Một hệ gồm m vectơ (m > 1) là phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có một vectơ biểu thị tuyến tính được qua các vectơ còn lại.

Mệnh đề 1.3: *Nếu hệ gồm các vectơ* $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$ *độc lập tuyến tính và* β *là một vectơ không biểu thị tuyến tính được qua hệ vectơ đã cho thì hệ vectơ* $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m,\beta$ *cũng độc lập tuyến tính.*

Mệnh đề 1.4:

i. Nếu ta thêm một số vectơ bất kỳ vào một hệ vectơ phụ thuộc tuyến tính thì được một hệ vectơ phụ thuộc tuyến tính.

ii. Nếu bớt đi một số vectơ bất kỳ của một hệ vectơ độc lập tuyến tính thì được một hệ vectơ độc lập tuyến tính.

1.2.2 Cơ sở và số chiều của không gian véc tơ

Định nghĩa 1.3:

i. Một hệ véc tơ của $\mathbb{V}$ *được gọi là một hệ sinh của* $\mathbb{V}$ *nếu mọi véc tơ của* $\mathbb{V}$ *đều biểu thị tuyến tính được qua hệ đó.*