DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRUNG HỌC PHỔ THÔNG THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC HỌC CHO HỌC SINH

TS. BÙI DUY HƯNG *

Một trong những luận điểm cơ bản của đổi mới giáo dục nước ta là dạy học theo hướng phát triển phẩm chất và năng lực người học. Phương pháp dạy học phải phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh (HS), tập trung dạy cách học, cách tư duy và tự học cho các em. Vấn đề đặt ra là trong dạy học môn *Toán* ở trường phổ thông có thể phát triển những dạng năng lực nào cho HS? Dạy học môn *Toán* như thế nào để phát triển các năng lực đó?

1. Các dạng năng lực cần phát triển cho HS

- *Năng lực tư duy và sử dụng ngôn ngữ*: + Năng lực suy luận logic, sử dụng ngôn ngữ chính xác; + Khả năng suy đoán và tưởng tượng; + Khả năng tiến hành các hoạt động trí tuệ cơ bản như: phân tích, tổng hợp, tương tự, khái quát hóa và đặc biệt hóa.

- *Năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề*, trong đó bao gồm cả năng lực vận dụng tri thức toán học vào giải các bài toán (BT) và giải quyết các vấn đề của thực tiễn cuộc sống: + Năng lực phát hiện vấn đề: phân tích tình huống, khả năng liên tưởng, dự đoán, phát hiện và chính xác hóa vấn đề; + Năng lực tìm giải pháp: định hướng tìm tòi cách thức giải quyết vấn đề, khả năng huy động tri thức, quy lạ về quen; + Năng lực triển khai và trình bày việc thực hiện giải pháp; + Năng lực đánh giá kết quả và nghiên cứu sâu giải pháp.

- Các năng lực khác như: *năng lực tự học*, *tự nghiên cứu*, *năng lực hợp tác*, *năng lực phê phán* và *đánh giá*.

2. Một số biện pháp dạy học môn Toán ở trường THPT theo hướng phát triển năng lực học tập cho HS

1) Tăng cường tổ chức hoạt động học tập của HS trong dạy học, chú trọng các hoạt động trí tuệ cơ bản.

2) Tổ chức các hoạt động dạy học sao cho HS có cơ hội được trải nghiệm, đo đạc, tính toán, mò mẫm, dự đoán, xác minh, bác bỏ hay khẳng định vấn đề.

3) Sử dụng các phương pháp dạy học tích cực: gợi mở, vấn đáp, hợp tác theo nhóm, phát hiện và giải quyết vấn đề, dạy học theo lí thuyết kiến tạo,...

3. Ví dụ minh họa

Dưới đây, chúng tôi trình bày các hoạt động dạy học về công thức tính độ dài đường trung tuyến của tam giác (**Hình học 10**) cho HS khá, giỏi trong một tiết dạy học định lí.

Hoạt động 1. Phát hiện và phát biểu vấn đề. Giáo viên (GV) tạo tình huống gợi vấn đề thông qua các câu hỏi và BT sau:

Câu hỏi 1: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Hỏi có thể tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC hay không?

HS có thể giải BT dễ dàng nhờ áp dụng định lí Pitago. Xét tam giác vuông AMB, có cạnh huyền AB = a, cạnh góc vuông $BM = \frac{a}{2}$. Khi đó:

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

Câu hỏi 2: Cho tam giác ABC có cạnh AB = 3cm, AC = 4cm và BC = 5cm. Hỏi có thể tính được độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC hay không?

HS không khó khăn để phát hiện ra rằng, tam giác ABC vuông tại đỉnh A. Vận dụng định lí về đường trung tuyến của tam giác vuông đã học ở lớp 8, ta có ngay kết quả: $AM = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$(cm). Như vậy, trong một tam giác vuông khi biết độ dài cạnh huyền, ta tính được độ dài đường trung tuyến hạ xuống cạnh đó.

Câu hỏi 3: Nếu tam giác ABC có độ dài cạnh AB = 5cm, AC = 7cm và BC = 6cm thì có thể tính được độ dài đường trung tuyến AM của tam giác hay không?

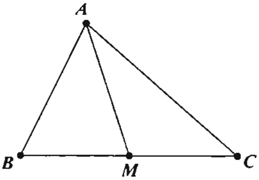
HS gặp một tình huống gợi vấn đề, vấn đề ở đây là chưa có một công thức tính độ dài đường trung tuyến của tam giác khi biết độ dài của ba cạnh. GV có thể đặt ra cho HS các câu hỏi như: Liệu có một công thức như vậy hay không và nếu có thì có thể tìm được công thức đó bằng cách nào?

Câu hỏi 4: GV đặt vấn đề cho HS:

Cho tam giác ABC biết độ dài các cạnh AB = c, AC = b và BC = a. Có thể tính được độ dài đường trung tuyến $AM = m_a$ của tam giác ABC theo các cạnh a, b, c hay không (*hình 1*)?

* Trường Đại học sư phạm Hà Nội

Có thể phát biểu vấn đề trên dưới dạng một BT: Cho tam giác ABC có cạnh AB = c, AC = b và BC = a. Tính độ dài đường trung tuyến $AM = m_a$ của tam giác ABC.



Hình 1

Hoạt động 2. Tìm hướng giải quyết vấn đề và trình bày giải pháp. GV dẫn dắt HS tìm hướng giải quyết vấn đề bằng cách đặt ra các câu hỏi gợi mở.

Câu hỏi 5: Đoạn AM là cạnh của tam giác thường ABM, có thể tính AM bằng cách nào và tính theo các yếu tố nào?

HS phát hiện ra rằng, có thể tính AM theo định lí côsin đã học qua các cạnh AB = c, $BM = \frac{a}{2}$ và cosB.

Câu hỏi 6: Giả thiết của BT chưa cho biết cosB, nhưng ta có thể tính cosB qua các yếu tố đã cho hay không?

HS dễ dàng tính được cosB qua các cạnh a, b, c của tam giác ABC theo một công thức đã học ở bài trước. Đến đây, HS đã tìm ra con đường giải quyết vấn đề đặt ra. GV gọi một HS lên bảng trình bày lời giải của BT.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABM, ta có:

$$m_a^2 = AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM\cos B = c^2 + \frac{1}{4}a^2 - ca\cos B \quad (1)$$

Trong tam giác ABC có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ (2)

Thay (2) vào (1), suy ra: $m_a^2 = c^2 + \frac{1}{4}a^2 - ac.\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

Vậy, kết quả tìm được là: $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ (3).

Câu hỏi 7: Kết quả tương tự tính các trung tuyến khác của tam giác ABC như thế nào?

HS không khó khăn khi nêu được các công thức sau: $m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$ và $m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$

Hoạt động 3. Thử tìm nhiều cách khác nhau để có được công thức (3). Trong hoạt động này, GV gợi ý để HS xem xét vấn đề đặt ra ở *câu hỏi 4* dưới nhiều góc độ và tiếp cận BT theo các hướng khác nhau. Từ đó, tìm ra các cách giải quyết vấn đề với mục đích tăng cường các hoạt động khám phá, rèn luyện tính tích cực, độc lập và tư duy sáng tạo của HS. GV nên chia lớp thành các nhóm, giao nhiệm vụ chung cho mỗi nhóm qua phiếu học tập, chẳng hạn: *"Ngoài cách tìm ra công thức (3) như đã trình bày ở trên, hãy tìm thêm các cách giải quyết khác theo 3 gợi ý sau: - Xét thấy hai góc $\widehat{AMB}$, $\widehat{AMC}$ bù nhau, nên $\cos\widehat{AMB} + \cos\widehat{AMC} = ...$; - Biểu thị các cạnh AB và AC qua AM, có $AB^2 + AC^2 = (\overrightarrow{AB})^2 + (\overrightarrow{AC})^2 = ...$; - Biểu thị AM qua AB và AC như sau: $AM^2 = (\overrightarrow{AM})^2 = ...$".*

Sau một thời gian suy nghĩ, huy động kiến thức đã học, thảo luận trong nhóm, HS có thể tìm ra các cách khác nhau để thu được công thức (3). Khi đó, các nhóm cử đại diện lên bảng trình bày cách giải của nhóm mình.

Cách 1: Áp dụng định lí côsin vào các tam giác *AMB* và *AMC*, ta có:

$$\cos\widehat{AMB} = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM.BM}, \quad \cos\widehat{AMC} = \frac{AM^2 + CM^2 - AC^2}{2AM.CM}$$

Do $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ suy ra $\cos\widehat{AMB} + \cos\widehat{AMC}$

$$= 0 \Leftrightarrow \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2BM.AM} + \frac{AM^2 + CM^2 - AC^2}{2CM.AM} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{m_a^2 + \frac{a^2}{4} - c^2}{am_a} + \frac{m_a^2 + \frac{a^2}{4} - b^2}{am_a} = 0 \quad \Leftrightarrow 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} - c^2 - b^2$$

$= 0 \Leftrightarrow m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$. Đây chính là công thức (3).

Cách 2: Với M là trung điểm BC, ta có đẳng thức: $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mặt khác:

$$AB^2 = (\overrightarrow{AB})^2 = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB})^2$$
$$= (\overrightarrow{AM})^2 + (\overrightarrow{MB})^2 + 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{MB} = AM^2 + MB^2 + 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{MB}$$

Hay $c^2 = m_a^2 + \frac{a^2}{4} + 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{MB}$ (4). Tương tự:

$b^2 = m_a^2 + \frac{a^2}{4} + 2\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{MC}$ (5)

Cộng hai đẳng thức (4) và (5) theo vế với vế:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} + 2\overrightarrow{AM}.(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}.$$

Từ đó suy ra công thức (3).

Cách 3:

Ta có: $AM^2 = (\overrightarrow{AM})^2 = (\frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2})^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC})$

$= \frac{1}{4}(AB^2 + AC^2 + 2AB.AC\cos A) = \frac{1}{4}(c^2 + b^2 + 2bc.\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc})$

$= \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$. Vậy, ta có công thức (3).

Hoạt động 4: Củng cố, vận dụng công thức (3).

Câu hỏi 8: Khi đã có công thức (3), ta có thể giải được BT đặt ra trong *câu hỏi 3* hay không?

HS áp dụng công thức (3) và tính được $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{25+49}{2} - \frac{36}{4} = 28$.

Vậy, độ dài trung tuyến $AM = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(cm)$. BT giải xong.

Câu hỏi 9: Áp dụng công thức (3) để tính trung tuyến các tam giác đều và tam giác vuông trong câu hỏi 1 và 2. Kết quả tìm được có phù hợp với các kết quả đã có hay không?

HS dễ dàng tính được AM theo công thức (3), các kết quả giống như đã tìm được trước đó.

Câu hỏi 10: Vận dụng các tri thức đã học để giải BT sau: Cho tam giác ABC có AB = 2a, AC = 3a, A = 60°. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

Trước hết, HS tính được cạnh $BC = \sqrt{7}a$ theo định lí côsin, sau đó tính độ dài đường trung tuyến AM theo công thức (3), kết quả là $AM = \frac{\sqrt{19}a}{2}$.

Hoạt động 5: Mở rộng, đào sâu công thức (3). Tuỳ từng đối tượng HS, GV sẽ có những mở rộng, khai thác vấn đề cho phù hợp. Với đối tượng HS khá, giỏi, GV có thể phát triển theo các hướng: lật ngược vấn đề, xét tương tự hay khái quát hóa kết quả thể hiện trong công thức (3).

Câu hỏi 11 (lật ngược vấn đề): Cho tam giác ABC cạnh AB = c, AC = b và BC = a. Điểm M thuộc đường thẳng BC thỏa mãn đẳng thức: $AM^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$. Liệu AM có là đường trung tuyến của tam giác ABC hay không?

Gợi ý của GV: - Hãy tìm tam giác ABC và điểm M thuộc cạnh BC thỏa mãn đẳng thức (3) mà AM không là trung tuyến của tam giác ABC; - Xét tam giác ABC có cạnh AB = 1(cm), BC = 2(cm), $AC = \sqrt{3}$ (cm).

HS tính được trung tuyến AM = 1 = AB. Vậy, nếu điểm M trùng với B thì vẫn thỏa mãn đẳng thức (3) nhưng AB không là trung tuyến của tam giác ABC. Câu trả lời cho câu hỏi 11 là không.

Câu hỏi 12 (xét tương tự): Cho tam giác ABC có cạnh AB = c, AC = b và BC = a. Điểm M thuộc cạnh BC mà MB = 2MC. Có thể tính được AM hay không?

HS vận dụng các phương pháp trong hoạt động 1 hay cách 1, cách 2 của hoạt động 3 cũng tìm được kết quả: $AM^2 = \frac{c^2 + 2b^2}{3} - \frac{2a^2}{9}$ (6).

Câu hỏi 13: Hãy giải quyết vấn đề tương tự khi cho MB = 3MC.

Bằng những cách tương tự, HS tìm được $AM^2 = \frac{c^2 + 3b^2}{4} - \frac{3a^2}{16}$ (7).

Câu hỏi 14 (khái quát hóa): Cho tam giác ABC có cạnh AB = c, AC = b, BC = a và một số thực k > 0. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho MB = k.MC. Có thể tính được AM theo k, a, b và c hay không?

Với những HS có học lực khá, giỏi, sau khi trải nghiệm qua các câu hỏi 12, 13, các em có thể tìm được kết quả sau: $AM^2 = \frac{c^2 + kb^2}{k+1} - \frac{ka^2}{(k+1)^2}$ (8).

GV giúp HS thấy được các công thức (3), (6), (7) chính là trường hợp đặc biệt của công thức (8) khi lần lượt cho k = 1, k = 2, k = 3.

* * *

Trên đây, chúng tôi đã trình bày các hoạt động dạy học cho HS khá, giỏi trong một tiết dạy học công thức đường trung tuyến ở lớp 10. Khi tổ chức các hoạt động đó cho HS đại trà, tùy theo đối tượng HS cụ thể, GV có thể bớt đi một số hoạt động phức tạp, những câu hỏi khó.

Như vậy, thông qua việc tổ chức cho HS tiến hành các hoạt động phát hiện, chứng minh và mở rộng công thức đường trung tuyến, GV có thể phát triển cho HS các năng lực như: phát hiện và giải quyết vấn đề, năng lực tiến hành các hoạt động trí tuệ cơ bản, năng lực vận dụng tri thức toán học vào giải toán và năng lực hợp tác trong học tập. ❑

Tài liệu tham khảo

1. G. Polia. **Sáng tạo toán học**. NXB *Giáo dục*, H. 2010.
2. G. Polia. **Toán học và những suy luận có lí**. NXB *Giáo dục*, H. 2010.
3. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB *Đại học sư phạm*, H. 2006.
4. Nguyễn Cảnh Toàn. **Tập dượt cho học sinh giỏi toán làm quen dần với nghiên cứu toán học**. NXB *Giáo dục*, H. 1992.

SUMMARY

One of the basic arguments of the education reform in our country is towards developing teaching quality and student ability. Teaching methods to promote positive, proactive, creative students, focused teaching learning, thinking and self-study for the children. The article presents the activities teach students good one, a lesson learned in the median formula in class 10.