ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN HOÀI NAM

PHƯƠNG TRÌNH BOREL ĐỐI VỚI ĐA THỨC TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC SỐ KHÔNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, NĂM 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN HOÀI NAM

PHƯƠNG TRÌNH BOREL ĐỐI VỚI ĐA THỨC TRÊN TRƯỜNG ĐÓNG ĐẠI SỐ, ĐẶC SỐ KHÔNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số: 60460113

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

TS. VŨ HOÀI AN

THÁI NGUYÊN, NĂM 2015

Lời cảm ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Qua đây Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến các thầy cô giáo của khoa sau Đại học, Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban giám hiệu và Viện Toán học đã trang bị kiến thức cơ bản, tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới TS. Vũ Hoài An, người đã giúp đỡ tác giả có thêm nhiều kiến thức, khả năng nghiên cứu, tổng hợp tài liệu để hoàn thành luận văn.

Tuy có nhiều cố gắng, song thời gian và kiến thức còn hạn chế nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Tác giả rất mong đóng góp của các nhà toán học và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Tác giả xin chân thành cảm ơn.

Mục lục

Bảng ký hiệu

f	Hàm hữu tỷ
$n(f,a)$	Hàm đếm của f tại điểm a
$T(f)$	Hàm độ cao của f
$\mathbb{K}$	Trường đóng đại số, đặc số không
$\mathbb{R}$	Trường số thực

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Phương trình Diophantine là vấn đề kinh điển và rất khó của số học, là chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi toán trung học cơ sở và trung học phổ thông. Phương trình Diophantine xuất hiện trong Báo toán học và Tuổi trẻ, trong các kỳ thi học sinh giỏi và các tài liệu toán nâng cao. Trong lý thuyết phân bố giá trị p-adic, phương trình Borel - Một tương tự của Phương trình Diophantine trong Số học, là vấn đề nghiên cứu quan trọng (xem [4]). Nội dung nghiên cứu của phương trình Borel là: xét sự tồn tại nghiệm, giải phương trình. Công cụ chủ yếu sử dụng ở đó là hai Định lý chính của lý thuyết phân bố giá trị p-adic. Mặt khác, phương trình Borel p-adic sẽ có ứng dụng trong toán học phổ thông. Theo hướng nghiên cứu này, chúng tôi xem xét Vấn đề

Phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc số không.

2. Mục tiêu nghiên cứu

- Tổng hợp, trình bày lại các bài giảng về Phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc số không và ứng dụng. Các kết quả của công việc này có tựa đề là Phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc số không và ứng dụng

- Đưa ra các ví dụ trong toán học phổ thông thể hiện ứng dụng của Phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc số không.

3. Nội dung nghiên cứu

- Trình bày lại Vấn đề nhận giá trị của hàm hữu tỷ trên trương đóng đại số, đặc số không (xem [1],[2]).

- Trình bày lại Vấn đề nhận giá trị của đường cong hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không [1].

- Trình bày lại phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc sô không trong [1].

4. Kết quả nghiên cứu

- Định lý 1.2.6 và 1.2.7. Đây là kết quả của Vấn đề nhận giá trị của đường cong hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không đã được đề cập trong [1].
- Định lý 2.1.4, Định lý 2.1.7. Hai định lý này cho ta cách giải hai kiểu phương trình Borel đối với đa thức đã được đề cập trong [1].
- Tổng hợp và trình bầy 22 ví dụ thể hiện sự tương tự của Phương trình Borel đối với đa thức và Phương trình nghiệm nguyên.

5. Bố cục luận văn

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm 2 chương:

Chương 1.Vấn đề nhận giá trị của đường cong hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không và ứng dụng.

Trong Chương 1 chúng tôi trình bày:

- Vấn đề nhận giá trị của hàm hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không.
- Hai Định lý 1.2.6 và 1.2.7.Các Định lý này là kết quả đối với vấn đề nhận giá trị đường cong hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không.

Chương 2. Phương trình Borel đối với đa thức trên trường đóng đại số, đặc số không.

Trong Chương 2 chúng tôi trình bày:

- Định lý 2.1.4, Định lý 2.1.7. Hai Định lý này cho ta cách giải hai kiểu Phương trình Borel đối với đa thức.
- 22 ví dụ thể hiện sự tương tự của phương trình Borel đối với đa thức và Phương trình nghiệm nguyên.

Chương 1

Vấn đề nhận giá trị của đường cong hữu tỷ trên trường đóng đại số, đặc số không.

Chúng tôi muốn xem xét Phương trình với ẩn là đa thức với hệ số thuộc $\mathbb{K}$, $\mathbb{K}$ là trường đóng đại số, đặc số không, dưới góc độ của lý thuyết phân bố giá trị p-adic. Vì vậy chúng tôi cần tìm hiểu vấn đề nhận giá trị của hàm hữu tỉ trên $\mathbb{K}$. Vấn đề này được đề cập trong [1] và được trình bày lại ở đây. Ngoài ra chúng tôi cũng đưa ra một số ví dụ minh họa cho các khái niệm đã biết.

1.1 Vấn đề nhận giá trị của hàm hữu tỷ trên trường đóng, đặc số không.

Trước tiên, chúng tôi nhắc lại khái niệm sau.
Cho $\mathbb{K}$ là một trường đóng, $\mathbb{K}$ được gọi là trường đóng đại số nếu mọi đa thức một ẩn có bậc khác không, với hệ số $\mathbb{K}$, đều có nghiệm trong $\mathbb{K}$.
Trường số phức $\mathbb{C}$ là trường đóng đại số.
Định nghĩa 1.1.1.
Số 0 được gọi là đặc số của trường $\mathbb{K}$ nếu $\forall$n $\in \mathbb{N}^*$: $n1 \neq 0$, ký hiệu: Char($\mathbb{K}$) = 0. Số tự nhiên n nhỏ nhất khác không thỏa mãn $n1 \neq 0$ thì số n được gọi là đặc số của trường $\mathbb{K}$, ký hiệu: Char($\mathbb{K}$) = n. Các ví dụ sau đây minh họa cho khái niệm trên.

Trường số thực $\mathbb{R}$ có đặc số không . Thật vậy, ta có $n1 = 1 + 1 + ... + 1 \neq 0$ (tổng được lấy với n số đều bằng 1).
Trường số $\mathbb{Z}_7$ có đặc số 7. Thật vậy, Ta có $7\bar{1} = 0$ và $k\bar{1} = k \neq 0$ với mọi $k = 1, ..., 6$. Do đó $\mathbb{Z}_7$ là trường có đặc số 7.

Từ đây trở đi ta luôn ký hiệu $\mathbb{K}$ là trường đóng đại số, đặc số không. Giả sử f là đa thức khác hằng số có bậc n trên $\mathbb{K}$ và a là không điểm của f. Khi đó viết

$$f = (z - a)^m p(z)$$

với $p(a) \neq 0$ ta có m là bội của điểm a của f. Ký hiệu $\mu_f^0(a) = m$ giả sử $d \in \mathbb{K}$ và l là số nguyên dương. Ta kí hiệu:

$n(f)$ là số các điểm của f tính cả bội;

$n(f, d) = n(f - d)$;

$n_l(f) = \sum\limits_{i=1}^{q} \min\{m_i, l\}$ ở đó $f = (z - a_1)^{m_1} ... (z - a_q)^{m_q}$,

$n_l(f, d) = n_l(f - d)$, $n_0(f) = q$,

Ta nêu ra một số ví dụ cho minh họa cho khái niệm không điểm, số không điểm, không điểm không tính bội, không điểm tính với bội bị chặn đối với đa thức.

Ví dụ 1.1.2.

Cho $f(x) = x^2 + 2x$. Tính $n(f), n_1(f), n_0(f), n_3(f)$.

Giải

Xét phương trình $x^2 + 2x = 0$ ta có các nghiệm là $x = 0, x = -2$ và $f(x) = x(x + 2.)$ Từ đây suy ra $n(f) = 2, n_1(f) = 2 = n_0(f) = n_3(f)$.

Ví dụ 1.1.3.

Cho $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x = -1$.

Tính $n(f, -1), n_0(f, -1), n_1(f, -1), n_2(f, -1), n_5(f, -1)$.

Giải

Xét phương trình $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x = -1$, hay $(x - 1)^3 = 0$. Từ đây ta có

$$n(f, -1) = 3, n_0(f, -1) = 1 = n_1(f, -1), n_2(f, -1) = 2; n_5(f, -1) = 3.$$