ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN HÙNG CƯỜNG

MỘT SỐ PHÉP BIẾN HÌNH TRONG KHÔNG GIAN VÀ ÁP DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC
– – – – – – – – – – –

NGUYỄN HÙNG CƯỜNG

MỘT SỐ PHÉP BIẾN HÌNH TRONG KHÔNG GIAN VÀ ÁP DỤNG

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số : 60 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: TS. TRẦN NGUYÊN AN

THÁI NGUYÊN - 2015

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan luận văn Thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp với đề tài "Một số phép biến hình trong không gian và áp dụng" là của tôi. Các tài liệu được trích dẫn đầy đủ.

Tác giả

Nguyễn Hùng Cường

Lời cảm ơn

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Qua đây tác giả xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến các thầy cô giáo của khoa sau Đại học, Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã trang bị kiến thức cơ bản, tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới TS. Trần Nguyên An, người đã tận tình chỉ bảo, tạo điều kiện và giúp đỡ tác giả có thêm nhiều kiến thức, khả năng nghiên cứu, tổng hợp tài liệu để hoàn thành luận văn.

Tác giả xin chân thành cảm ơn.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2015
Tác giả
Nguyễn Hùng Cường

Mục lục

Danh sách ký hiệu

Trong toàn luận văn, ta dùng một số ký hiệu sau.

$\perp$	Vuông góc.
$//$	Song song.
$\cap$	Giao nhau.
$\equiv$	Trùng nhau.
$\lvert\vec{v}\rvert$	Độ dài véc tơ $\vec{v}$.
ΔABC	Tam giác ABC.
$T_{\vec{v}}$	Phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}$.
D_{Δ}	Phép đối xứng qua đường thẳng Δ.
D_P	Phép đối xứng qua mặt phẳng P.
Q_O^{α}	Phép quay tâm O, góc quay α.
Q_{Δ}^{α}	Phép quay xung quanh đường thẳng Δ, góc quay α.
$\mathcal{D}$	Phép dời hình.
V_I^k	Phép vị tự tâm I, tỉ số k.
$\mathcal{D}_{(k)}$	Phép đồng dạng tỉ số k.
N_I^k	Phép nghịch đảo cực I, phương tích k.

Mở đầu

Các phép biến hình là công cụ hữu hiệu và quan trọng trong việc nghiên cứu Hình học sơ cấp. Ở chương trình phổ thông, học sinh đã được làm quen với một số phép biến hình trong mặt phẳng như phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép quay, phép vị tự,.... Các phép biến hình giúp ta giải quyết được một số dạng toán: Chứng minh, quĩ tích, dựng hình, cực trị,.... Một cách tự nhiên ta có thể mở rộng các phép biến hình trong mặt phẳng sang các phép biến hình trong không gian. Mục đích chính của luận văn là trình bày một số phép biến hình trong không gian và đưa ra một số ví dụ áp dụng. Để thấy được sự mở rộng từ các phép biến hình trong mặt phẳng sang các phép biến hình trong không gian luận văn trình bày hệ thống lại một số kết quả của phép biến hình trong mặt phẳng.

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm 2 chương:

Chương 1 Phép biến hình trong mặt phẳng. Trong Chương 1, chúng tôi trình bày một số phép biến hình trong mặt phẳng và 24 bài toán sử dụng phép biến hình để giải.

Chương 2 Phép biến hình trong không gian.Trong Chương 2, chúng tôi trình bày một số phép biến hình trong không gian và mở rộng 24 bài toán hình học phẳng sang bài toán hình học trong không gian.

Chương 1

Các phép biến hình trong mặt phẳng

Chương này trình bày một số phép biến hình cơ bản trong mặt phẳng và một số ví dụ áp dụng. Mục đích của việc trình bày chương này là hệ thống lại các phép biến hình trong mặt phẳng để từ đó mở rộng tương ứng sang các phép biến hình trong không gian.

1.1. Kiến thức chuẩn bị

1.1. Định nghĩa (Phép biến hình). Trong mặt phẳng (không gian) cho một quy tắc f. Với mỗi điểm M bất kì, theo quy tắc f ta xác định được duy nhất điểm M'. Khi đó ta nói M' là ảnh của M qua quy tắc f và được kí hiệu $f : M \to M'$. Điểm M được gọi là tạo ảnh của M', f được gọi là một *phép biến hình trong mặt phẳng* (*phép biến hình trong không gian*).

1.2. Định nghĩa (Phép biến hình 1-1). Ta biết rằng mỗi ảnh của một điểm M qua phép biến hình f có thể có nhiều tạo ảnh khác M. Nếu mỗi ảnh của M chỉ có duy nhất một tạo ảnh ứng với nó, thì ta nói f là phép biến hình $1-1$.

1.3. Định nghĩa (Phép biến hình đồng nhất). Ta nói f là phép biến hình đồng nhất, nếu f biến mọi điểm M thành chính M.

1.4. Định nghĩa (Phép biến hình ngược). Giả sử $f : M \to M'$ với mọi điểm M trong mặt phẳng (không gian). Nếu tồn tại một phép biến hình g biến M' thành M, thì ta nói g là phép biến hình ngược của f và f là phép biến hình có ngược.

1.5. Định nghĩa (Tích của phép biến hình). Tích của hai (hoặc nhiều) phép biến hình là một phép biến hình nhận được từ việc thực hiện liên tiếp theo một thứ tự xác định các phép biến hình đã cho.

1.6. Định nghĩa (Điểm bất động, đường thẳng bất động, mặt phẳng bất động của một phép biến hình). Ta nói O là một điểm bất động (hoặc điểm kép) của một phép biến hình f, nếu f biến O thành O.

Ta nói đường thẳng d là bất động (hoặc kép hoàn toàn) của một phép biến hình f, nếu mọi điểm thuộc d là điểm bất động của f.

Ta nói mặt phẳng (P) là bất động (hoặc kép hoàn toàn) của một phép biến hình f, nếu mọi điểm thuộc (P) là điểm bất động của f.

Ta nói đường thẳng d (mặt phẳng (P)) là bất biến của một phép biến hình f, nếu f biến đường thẳng d (hoặc mặt phẳng (P)) thành chính nó. Khi đó đường thẳng d (mặt phẳng (P)) còn được gọi là đường thẳng kép (hoặc mặt phẳng kép).

1.7. Định nghĩa (Phép biến hình đối hợp). Phép biến hình f được gọi là phép biến hình có tính chất đối hợp nếu $f(M) = M'$, $f(M') = M''$ thì $M'' \equiv M$.

1.8. Định nghĩa (Góc định hướng). Góc tạo bởi hai tia Ox, Oy có phân biệt thứ tự tia đầu và tia cuối được gọi là *góc định hướng*. Nếu tia Ox là tia đầu, tia Oy là tia cuối thì người ta kí hiệu góc định hướng là (Ox, Oy). Thường người ta chọn chiều dương là chiều quay ngược chiều kim đồng hồ.

1.9. Định nghĩa (Chiều quay của tam giác). Chiều quay của tam giác ABC là chiều quay từ A đến B, tiếp đó đến C. Nếu chiều quay của tam giác ABC ngược chiều kim đồng hồ thì tam giác ABC có chiều thuận (hay chiều dương).

1.10. Định nghĩa (Chiều của tứ diện). Tứ diện $ABCD$ được gọi là có chiều dương nếu trong nửa không gian với biên là mặt phẳng (BCD) chứa đỉnh A, tam giác BCD có chiều âm. Nếu tam giác BCD xét trong nửa không gian trên có chiều dương thì tứ diện $ABCD$ có chiều âm.

1.2. Phép tịnh tiến

1.2.1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng cho một véc tơ $\vec{v} \neq \vec{0}$, một phép biến hình $f : M \to M'$ sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ thì f được gọi là *phép tịnh tiến theo véc tơ* $\vec{v}$, kí hiệu $T_{\vec{v}} : M \to M'$.

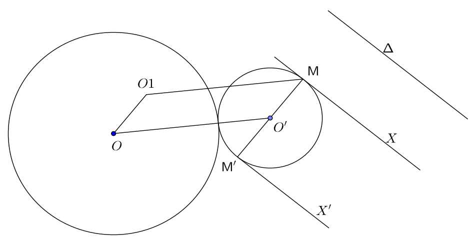
1.2.2. Tính chất

1. Phép tịnh tiến là một phép biến hình 1 - 1.
2. Phép tịnh tiến không có điểm kép.
3. Mọi đường thẳng $a//\overrightarrow{v}$ thì a là đường thẳng kép.
4. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm.
5. Phép tịnh tiến biến 3 điểm A, B, C thẳng hàng thành 3 điểm A', B', C' thẳng hàng, do đó nó biến đường thẳng d thành đường thẳng d' song song hoặc trùng với d.
6. Phép tịnh tiến biến 3 điểm A, B, C không thẳng hàng thành 3 điểm A', B', C' không thẳng hàng, do đó nó biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ bằng với nó.
7. Phép tịnh tiến bảo toàn số đo góc. $T_{\overrightarrow{v}} : \alpha \to \alpha' = \alpha$.
8. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

1.2.3. Ví dụ áp dụng

Ví dụ 1.2.1. Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng Δ cố định, một đường tròn (O', R') luôn tiếp xúc với (O, R), trong đó R' không đổi. Ở mỗi vị trí của (O', R') kẻ tiếp tuyến $Mx//\Delta$. Tìm tập hợp tiếp điểm M khi (O', R') chuyển động.

Giải. a. Trường hợp đường tròn (O', R') tiếp xúc ngoài với (O, R). Vì $O'M \perp MX$ mà $\Delta//MX$ nên ta suy ra $O'M \perp \Delta$, do đó $\exists T_{\vec{v}} : O' \to M$, trong đó $|\vec{v}| = R'$ và $\vec{v} \perp \Delta$. Tập hợp điểm O' là đường tròn $W(O, R+R')$, nên từ đó ta suy ra tập hợp điểm M là $W'(O_1, R+R')$ là ảnh của đường tròn W qua $T_{\overrightarrow{v}}$. Vì có hai $\vec{v}$ (ngược hướng nhau) cùng thỏa mãn điều kiện trên nên bài toán có hai nghiệm hình.



Hình 1.1

b. Trường hợp đường tròn (O', R') tiếp xúc trong với (O, R). Tương tự như trên, ta có hai tập hợp điểm M và tập hợp điểm M' cũng là hai đường tròn. Vì tập hợp O' là đường tròn $\lambda(O, |R - R'|)$ nên tập