

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

NGUYỄN THỊ BÍCH HẠNH

**TẬP LỜI ĐA DIỆN VÀ ỨNG DỤNG
TRONG QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH ĐA MỤC TIÊU**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ BÍCH HẠNH

TẬP LỜI ĐA DIỆN VÀ ỨNG DỤNG
TRONG QUI HOẠCH TUYỂN TÍNH ĐA MỤC TIÊU

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

GS.TS TRẦN VŨ THIỆU

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Danh sách ký hiệu	iii
Danh sách hình vẽ	iv
Mở đầu	1
1 Cấu trúc tập lồi đa diện	4
1.1 Tập lồi và tập lồi đa diện	4
1.2 Hướng lùi xa của tập lồi đa diện	8
1.3 Biểu diễn tập lồi đa diện	11
2 Nón pháp tuyến của tập lồi đa diện	18
2.1 Nón pháp tuyến của tập lồi	18
2.2 Nón pháp tuyến âm của tập lồi đa diện	25
3 Phương pháp nón pháp tuyến	28
3.1 Bài toán tối ưu đa mục tiêu tuyến tính	28
3.2 Thuật toán nón pháp tuyến	32
3.2.1 Tìm đỉnh hữu hiệu ban đầu	33
3.2.2 Tìm các đỉnh hữu hiệu và cạnh hữu hiệu	34
3.2.3 Tìm các diện hữu hiệu số chiều lớn hơn 1	38
3.2.4 Tìm các diện hữu hiệu $(n - 1)$ chiều	41

3.2.5	Tập hữu hiệu trong \mathbb{R}^2 và \mathbb{R}^3	41
3.3	Ví dụ minh họa	43
	Kết luận	45
	Tài liệu tham khảo	46
	Phụ lục	47

Danh sách ký hiệu

\mathbb{R}^n : Không gian n chiều

$A \subset B$: A là tập con của B

$M \subseteq \mathbb{R}^n$: M là tập con trong \mathbb{R}^n

$\text{Rec } A$: Nón lồi xa của A

$B(x, \varepsilon)$: Hình cầu tâm x bán kính ε

$\dim A$: Số chiều của A

$\text{rank } A$: Hạng của A

$\text{cone}\{a^1, a^2, a^3\}$: Nón sinh bởi hệ vectơ $\{a^1, a^2, a^3\}$

$N_c(X)$: Nón pháp tuyến của C tại x

$\text{ri}(A)$: Phần trong tương đối của tập A

$|I|$: Số phần tử của I

$a \geq b$: Quan hệ không âm

$a > b$: Quan hệ nửa dương

$a \gg b$: Quan hệ thực sự dương

$\text{conv}(X)$: Bao lồi của tập X

Danh sách hình vẽ

1.1	Tập A lồi, Tập B không lồi	6
1.2	Đường thẳng và vectơ chỉ phương	8
1.3	Tập lồi không bị chặn và hướng lùi xa	9
1.4	Biểu diễn tập đa diện qua đỉnh và cạnh vô hạn (hướng cực biên) .	17
2.1	Tập X và nón X^+ Hình 2.2. Nón <i>cone</i> $\{a^1, a^2, a^3\} \subset \mathbb{R}^3$.	19
2.2	Minh họa Bổ đề 2.2 và Mệnh đề 2.1	21
3.1	D_1 và D_2 : x^1, x^2 - đỉnh hữu hiệu, $[x^1, x^2]$ - cạnh hữu hiệu	29
3.2	Sơ đồ khối Thuật toán 1: Tìm các cạnh hữu hiệu kề x^0	37
3.3	Sơ đồ khối Thuật toán 2: Tìm các diện hữu hiệu ℓ chiều kề x^0 . . .	40

Mở đầu

Tập lồi đa diện có các tính chất rất đáng chú ý và được sử dụng rộng rãi trong lý thuyết và ứng dụng, đặc biệt trong giải tích lồi và tối ưu hóa. Tập lồi đa diện là một dạng tập lồi có cấu trúc đơn giản và có thể được biểu diễn thông qua tập (hữu hạn) các đỉnh và cạnh của nó. Nhiều bài toán tối ưu tuyến tính (một hay nhiều mục tiêu) được giải hiệu quả nhờ khai thác cấu trúc của tập lồi đa diện, đặc biệt là cấu trúc đỉnh cạnh, diện, nón pháp tuyến ...

Nón pháp tuyến là sự mở rộng khái niệm vectơ pháp tuyến của mặt cong trơn đã biết trong giải tích cổ điển khi nghiên cứu cấu trúc các mặt cong và các tính toán trên mặt cong. Nón pháp tuyến của tập lồi do Minkowski (1911) đưa ra đầu tiên, sau đó là Fenchel (1953) để xử lý các đối tượng không trơn, như tập lồi. Rockafellar (1970) đã nghiên cứu có hệ thống về nón pháp tuyến của các tập lồi. Tiếp đó là nghiên cứu mở rộng của Morduhovic (1980) và Clark (1983) về xây dựng nón pháp tuyến qua các vectơ pháp tuyến gần kề và qua dưới vi phân của các hàm Lipschitz.

Năm 2000, Nguyễn Thị Bạch Kim và Đinh Thế Lục [5] đã đưa ra khái niệm nón pháp tuyến âm và xây dựng điều kiện tối ưu cho bài toán qui hoạch đa mục tiêu tuyến tính theo ngôn ngữ nón pháp tuyến. Từ đó đề xuất phương pháp nón pháp tuyến khá đơn giản để tìm các diện nghiệm hữu hiệu của bài toán tối ưu đa mục tiêu tuyến tính. Có thể nói hiện nay nón pháp tuyến là một phương tiện không thể thiếu để thiết lập các điều kiện tối ưu cho các bài toán tối ưu không trơn. Sau khi

được học về Giải tích lồi và các kiến thức toán học có liên quan, với mong muốn tìm hiểu sâu hơn về những kiến thức đã học, các kiến thức mở rộng và ứng dụng của những kiến thức này, chúng tôi chọn đề tài luận văn

"Tập lồi đa diện và ứng dụng trong qui hoạch tuyến tính đa mục tiêu"

Luận văn này có mục đích tìm hiểu, trình bày lại các kết quả chính về tập lồi đa diện và ứng dụng các kết quả này trong xây dựng cơ sở lý luận cho phương pháp nón pháp tuyến [5] giải bài toán tối ưu đa mục tiêu tuyến tính.

Nội dung luận văn được viết trong ba chương.

Chương 1 "**Cấu trúc tập lồi đa diện**" trình bày những kiến thức cơ bản về tập lồi, tập lồi đa diện và các khái niệm liên quan (đỉnh, cạnh và diện của tập lồi đa diện, nón lồi và nón lồi đa diện, hướng lùi xa và nón lùi xa, ...). Tập lồi đa diện không bị chặn. Tập lồi đa diện khác rỗng.

Chương 2 "**Nón pháp tuyến của tập lồi đa diện**" trình bày một số kiến thức chuẩn bị về nón pháp tuyến, nón pháp tuyến âm của tập lồi đa diện tại một điểm và các khái niệm liên quan về tập chuẩn tắc và tập chuẩn tắc âm. Đồng thời giới thiệu các kết quả nêu ra ở [5] làm cơ sở lý luận cho phương pháp nón pháp tuyến tìm nghiệm hữu hiệu (tối ưu Paeto) của bài toán tối ưu đa mục tiêu tuyến tính.

Chương 3 "**Phương pháp nón pháp tuyến**" trình bày chi tiết phương pháp nón pháp tuyến đề xuất trong [5] tìm các đỉnh, cạnh và diện nghiệm hữu hiệu của bài toán tối ưu đa mục tiêu tuyến tính trên tập lồi đa diện cho trước. Các thuật toán được mô tả chi tiết và diễn giải qua các sơ đồ khối và ví dụ minh họa:

- **Thuật toán 1:** Tìm các cạnh hữu hiệu đi từ đỉnh hữu hiệu x^0 đã biết.
- **Thuật toán 2:** Tìm các diện hữu hiệu l chiều kề đỉnh hữu hiệu x^0 đã biết.
- **Thuật toán 3:** Tìm các diện hữu hiệu $(n - 1)$ chiều.
- **Thuật toán 4:** Tìm tập điểm hữu hiệu trong $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$.

Do thời gian và kiến thức còn hạn chế nên chắc chắn luận văn còn có những thiếu sót nhất định, kính mong quý thầy cô và các bạn đóng góp ý kiến để tác giả tiếp tục hoàn thiện luận văn sau này.

Nhân dịp này tác giả luận văn xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới GS. TS. Trần Vũ Thiệu, người đã tận tình giúp đỡ trong suốt quá trình làm luận văn. Tác giả trân trọng cảm ơn các giảng viên Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam tạo mọi điều kiện thuận lợi trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, tháng 05 năm 2015

Tác giả

Nguyễn Thị Bích Hạnh

Chương 1

Cấu trúc tập lồi đa diện

Chương này trình bày các kiến thức cơ bản về tập lồi, tập lồi đa diện, nón lồi và nón lồi đa diện. Đặc biệt lưu ý các khái niệm đỉnh, cạnh và diện của tập lồi đa diện, đặc trưng của các tập lồi đa diện không bị chặn, cách biểu diễn một tập lồi đa diện qua các đỉnh và cạnh của nó. Nội dung của chương được tham khảo từ các tài liệu [1], [2], [3] và [4].

1.1 Tập lồi và tập lồi đa diện

Trước hết là những khái niệm liên quan tới tập afin trong \mathbb{R}^n .

Định nghĩa 1.1. (*Tập afin*). Tập $M \subseteq \mathbb{R}^n$ được gọi là tập afin (affine set) nếu $\forall a, b \in M, \lambda \in \mathbb{R}$ thì $\lambda a + (1 - \lambda)b \in M$, tức là hẽ M chứa hai điểm nào đó thì M chứa trọn đường thẳng đi qua hai điểm ấy.

Một số tính chất cơ bản của các tập afin:

- Nếu M là tập afin thì $a + M = \{a + x : x \in M\}$ cũng là một tập afin ($a \in \mathbb{R}^n$).
- Giao của một họ bất kỳ các tập afin cũng là một tập afin.
- $M \subseteq \mathbb{R}^n$ là một tập afin khi và chỉ khi $M = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\}$ với $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$.