Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc
Cơ học Vật rắn biến dạng lần thứ 8
Thái Nguyên, 25-26/8/2006

Phân tích cơ học tấm composite lớp dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc cao bằng phương pháp phần tử hữu hạn

Ngô Như Khoa

Đại học Thái Nguyên

Tóm tắt. Dựa trên lý thuyết tấm biến dạng cắt bậc cao của Readdy, Báo cáo tập trung vào xây dựng giải thuật và chương trình tính toán trên máy tính nhằm giải quyết một lớp các bài toán tấm Composite có kích thước lớn, chịu uốn, với kết quả có độ chính xác cao nhờ khả năng rời rạc hóa tấm bằng một số lượng lớn các phần tử tứ giác bậc 2, với khả năng tùy chọn số lượng phần tử (tối đa tới 192 phần tử). Kết quả số thực hiện với một lớp các bài toán tấm chữ nhật chịu uốn được so sánh với các kết quả độc lập khác để khẳng định tính chính xác và ưu việt của chương trình.

1. Giới thiệu

Phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) [9] được xem là công cụ linh hoạt và có độ chính xác cao trong hầu hết các lĩnh vực tính toán cơ học kỹ thuật. Đây là phương pháp pháp số phổ biến nhất để nghiên cứu giải quyết các bài toán tính toán cơ học tấm composiye lớp chịu uốn. Đã có rất nhiều công trình của các tác giả trong và ngoài nước tiến hành về vấn đề này và được trải rộng trên nhiều phương diện, cả bài toán tĩnh và các bài toán động, với nhiều mô hình PTHH khác nhau và dựa trên nhiều lý thuyết chuyển vị khác nhau [1]. Ví dụ, Panda and Natarajan [5] đã sử dụng phần tử siêu tham số bậc 2 với 5 bậc tự do ở mỗi nút để khảo sát cơ học tấm composite lớp chịu uốn; Akin and Kwon [10] đã sử dụng phần tử hỗn hợp để giải quyết bài toán tấm chịu uốn. Mô hình chuyển vị của Pandya and Kant [11,12] kể đến các biến dạng phi tuyến của mặt phẳng quy chiếu và biến dạng cắt theo chiều dày tấm. Vấn đề biến dạng cắt đã được khá đông các nhà khoa học quan tâm, và hiện tại đang là 1 trong những hướng nghiên cứu chủ yếu trong nghiên cứu về cơ học vật liệu composite cốt sợi. Trên thực tế, vai trò của thành phần ứng suất cắt và biến dạng cắt là rất quan trọng đối với vật liệu composite lớp, vì vật liệu này có khả năng chịu cắt rất kém so khả năng chịu kéo. Về vấn đề này, đã có khá nhiều lý thuyết tấm đã được phát triển trong đó, điểm nhấn là mô hình hoá biến dạng cắt. Trong số các lý thuyết tấm đó, đáng quan tâm là các lý thuyết biến dạng cắt bậc cao – HSDT [5,6]. Ở đây, biến dạng của tấm được mô tả ở dạng các tham số chưa biết của mặt phẳng quy chiếu. Các lý thuyết này tương tự như lý thuyết tấm của Reissner–Mindlin (lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất – FSDT), nhưng đã được phát triển để đưa ra mô hình bậc cao hơn cho các thành phần ứng suất và biến dạng cắt dọc theo chiều dày tấm.

Lý thuyết tấm do Reddy đề xuất [6] được xem là đơn giản nhất và hữu ích cho nghiên cứu cơ học kết cấu composite lớp có kể đến ảnh hưởng của ứng suất/biến dạng cắt theo chiều dày tấm. Với giả thiết ứng suất cắt biến thiên bậc 2 theo chiều dày tấm và thoả mãn điều kiện bằng không ở các mặt trên và dưới tấm.

Dựa trên lý thuyết tấm của Reddy, trong khuôn khổ của báo cáo này chúng tôi tập trung vào xây dựng giải thuật và chương trình máy tính để giải quyết các bài toán tấm composite chịu uốn có kích thước trung bình và lớn. Lời giải số của bài toán được thực hiện bằng phương pháp PTHH với phần tử tứ giác bậc 2 đầy đủ (chín nút). Việc kiểm nghiệm độ tin cậy và phạm vi áp dụng của lời giải được thực hiện nhờ việc so sánh với các kết quả độc lập khác. Đồng thời một số kết quả số khác được thực hiện để xác định mức độ hội tụ của phương pháp, làm cơ sở cho các nghiên cứu tiếp theo.

2. Xây dựng hệ phương trình phần tử hữu hạn

2.1. Trường chuyển vị và biến dạng

Theo lý thuyết tấm của Reddy [2], trường chuyển vị được xác định bởi:

$$
\begin{aligned}
u(x,y,z) &= u^0 - z\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\gamma_x\right)-\frac{4}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^2\gamma_x\right]\\
v(x,y,z) &= v^0 - z\left[\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\gamma_y\right)-\frac{4}{3}\left(\frac{z}{h}\right)^2\gamma_y\right]\\
w(x,y,z) &= w^0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Theo lý thuyết tấm của Reddy, các thành phần biến dạng tuyến tính được xác định từ trường chuyển vị (1) bởi:

$$
\begin{aligned}
\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x\ \ \varepsilon_y\ \ \gamma_{xy}\ \ \gamma_{xz}\ \ \gamma_{yz}\}^T &= \{\varepsilon_x^0\ \ \varepsilon_y^0\ \ \gamma_{xy}^0\ \ \gamma_{xz}^0\ \ \gamma_{yz}^0\}^T + z\{k_x\ \ k_y\ \ k_{xy}\ \ 0\ \ 0\}^T +\\
&+ z^2\{0\ \ 0\ \ 0\ \ \chi_{xz}\ \ \chi_{yz}\}^T + z^3\{\eta_x\ \ \eta_y\ \ \eta_{xy}\ \ 0\ \ 0\}^T
\end{aligned}
\tag{2}
$$

trong đó:

$$
\begin{Bmatrix}\varepsilon_x^0\\ \varepsilon_y^0\\ \gamma_{xy}^0\\ \gamma_{xz}^0\\ \gamma_{yz}^0\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}u_{,x}^0\\ v_{,y}^0\\ u_{,y}^0+v_{,x}^0\\ -\gamma_x\\ -\gamma_y\end{Bmatrix};\ \begin{Bmatrix}k_x\\ k_y\\ k_{xy}\\ \chi_{xz}\\ \chi_{yz}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}w_{,xx}+\gamma_{x,x}\\ w_{,yy}+\gamma_{y,y}\\ 2w_{,xy}+\gamma_{x,y}+\gamma_{y,x}\\ \dfrac{4\gamma_x}{h^2}\\ \dfrac{4\gamma_y}{h^2}\end{Bmatrix};\quad \begin{Bmatrix}\eta_x\\ \eta_x\\ \eta_{xy}\end{Bmatrix} = \frac{4}{3h^2}\begin{Bmatrix}\gamma_{x,x}\\ \gamma_{y,y}\\ \gamma_{x,y}+\gamma_{y,x}\end{Bmatrix}
\tag{3}
$$

là các thành phần biến dạng màng, biến dạng trượt, độ cong uốn, xoắn theo các phương tương ứng.

2.2. Trường ứng suất

Theo lý thuyết tấm Reddy, khi bỏ qua ứng suất pháp σ_z, trường ứng suất trong lớp thứ *k* được biểu diễn qua trường biến dạng bởi:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} & 0 & 0 \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} & 0 & 0 \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & C'_{45} \\ 0 & 0 & 0 & C'_{45} & C'_{55} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}_k \quad (4)$$

trong đó: Q'_{ij} là các hằng số của ma trận độ cứng của lớp *k* trong hệ trục chung (Oxyz), được xác định như sau: $Q' = T_\sigma^{-1} Q T_\varepsilon$. Với T_σ^{-1} là ma trận nghịch đảo của ma trận biến đổi hệ cơ sở ứng suất T_σ và T_ε là ma trận biến đổi hệ cơ sở biến dạng và Q_{ij} là các hằng số của ma trận độ cứng của lớp vật liệu, được xác định theo các mô đun kỹ thuật [3].

2.3. Ma trận độ cứng phần tử

Phần tử sử dụng trong nghiên cứu là phần tử tứ giác Lagrange bậc hai, 9 nút. Các hàm dạng N_i (i = 1, 2, 3,..., 9) được xác định trong hệ toạ độ quy chiếu (ξ, η) như trong tài liệu [2].

2.3.1. Véc tơ biến dạng

Giả sử chia tấm thành NE phần tử, theo (1), tại mỗi nút của phần tử có 7 thành phần chuyển vị. Ký hiệu véc tơ chuyển vị nút của phần tử là d_i:

$$d_i = \left\{ u_i^0 \quad v_i^0 \quad w^0{}_i \quad \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_x\right)_i \quad \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_y\right)_i \quad (\gamma_x)_i \quad (\gamma_y)_i \right\}^T \quad (5)$$

Theo phương pháp PTHH, 7 thành phần chuyển vị này tương ứng với 7 bậc tự do của mỗi nút:

$$d_i = \{q_i\,,\ q_{i+1},\ q_{i+2},\ q_{i+3},\ q_{i+4},\ q_{i+5},\ q_{i+6}\} \quad (6)$$

Véc tơ chuyển vị tại một điểm bất kỳ của phần tử:

$$d = \left\{ u^0 \quad v^0 \quad w^0 \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_x \quad \frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_y \quad \gamma_x \quad \gamma_y \right\}^T \quad (7)$$

được xác định từ các hàm dạng N_i và các thành phần chuyển vị nút như sau:

$$d = \sum_{i=1}^{9} N_i d_i \qquad (8)$$

Theo cách mô tả của phương pháp PTHH, các thành phần biến dạng được biểu diễn qua véc tơ chuyển vị nút dưới dạng:

$$\{\varepsilon^0 \quad \kappa \quad \eta \quad \gamma^0 \quad \chi\}^T = \{L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L'_1 \quad L'_2\}^T \{d\} \qquad (9)$$

trong đó các ma trận toán tử L_i , L_i' được xác định bởi:

$$L_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial_y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial_y} & \frac{\partial}{\partial_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad L_2 = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_y} & \frac{\partial}{\partial_x} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$L_3 = \frac{-4}{3h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial_y} & \frac{\partial}{\partial_x} \end{bmatrix}$$

$$L'_1 = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L'_2 = \frac{4}{h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

Có thể biểu diễn các thành phần biến dạng dưới dạng:

$$\{\varepsilon^0\} = L_1 d = L_1 \sum_{i=1}^{NE} N_i d_i = B_1 a\ ; \quad \{\kappa\} = L_2 d = L_2 \sum_{i=1}^{NE} N_i d_i = B_2 a$$

$$\{\gamma^0\} = L'_1\, d = L'_1 \sum_{i=1}^{NE} N_i d_i = B'_1\, a\ ; \qquad (11)$$

$$\{\eta\} = L_3 d = L_3 \sum_{i=1}^{NE} N_i d_i = B_3 a \ \text{ và } \ \{\chi\} = L'_2\, d = L'_2 \sum_{i=1}^{NE} N_i d_i = B'_2\, a$$

trong đó:

$$[B_i] = [[L_i]N_1 \quad \dots \quad [L_i]N_9] \quad [B'_i] = [[L'_i]N_1 \quad \dots \quad [L'_i]N_9] \qquad (12)$$

$$\{a\} = \{u_1^0 \quad v_1^0 \quad w_1^0 \quad (w,_x+\gamma_x)_1 (w,_y+\gamma_y)_1 (\gamma_x)_1 (\gamma_y)_1 \dots u_9^0 \quad v_9^0 \quad w_9^0 \dots\} \qquad (13)$$

là ma trận cột (63×1), biểu diễn véc tơ chuyển vị nút của một phần tử.

2.3.2. Ma trận độ cứng phần tử

Từ biểu thức năng lượng biến dạng đàn hồi

$$U_e = \frac{1}{2}\int_{V_e}\left(\varepsilon_x\sigma_x + \varepsilon_y\sigma_y + \gamma_{xy}\sigma_{xy} + \gamma_{xz}\sigma_{xz} + \gamma_{yz}\sigma_{yz}\right)dV \tag{14}$$

sau khi khai triển, ta được:

$$U_e = \frac{1}{2}\int_{S_e}\begin{pmatrix} \{\varepsilon^0\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']dz.\{\varepsilon^0\} + \{\varepsilon^0\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']zdz.\{\kappa\} + \{\varepsilon^0\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^3dz.\{\eta\} \\ + \{k\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']zdz.\{\varepsilon^0\} + \{k\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^2dz.\{k\} + \{k\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^4dz.\{\eta\} \\ + \{\eta\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^3dz.\{\varepsilon^0\} + \{\eta\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^4dz.\{k\} + \{\eta\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[Q']z^6dz.\{\eta\} \\ + \{\gamma^0\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[C']dz.\{\gamma^0\} + \{\gamma^0\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[C']z^2dz.\{\chi\} \\ + \{\chi\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[C']z^2dz.\{\gamma^0\} + \{\chi\}^T \int_{-0.5h}^{0.5h}[C']z^4dz.\{\chi\} \end{pmatrix}dS \tag{15}$$

Đặt:

$$\left(A_{ij} \quad B_{ij} \quad D_{ij} \quad E_{ij} \quad F_{ij} \quad H_{ij}\right) = \sum_{k=1}^{n}\int_{h_{k-1}}^{h_k}(Q'_{ij})_k\left(1 \quad z \quad z^2 \quad z^3 \quad z^4 \quad z^6\right)dz$$

$$i, j = 1,2,6$$

$$\left(A'_{ij} \quad D'_{ij} \quad F'_{ij}\right) = \sum_{k=1}^{n}\int_{h_{k-1}}^{h_k}(C'_{ij})_k\left(1 \quad z^2 \quad z^4\right)dz, \qquad i, j = 4,5. \tag{16}$$

thay vào (15) ta được:

$$U_e = \frac{1}{2}\int_{S_e}\begin{pmatrix} \{\varepsilon^0\}^T A\{\varepsilon^0\} + \{\varepsilon^0\}^T B\{\kappa\} + \{\varepsilon^0\}^T E\{\eta\} + \{k\}^T B\{\varepsilon^0\} \\ + \{k\}^T D\{k\} + \{k\}^T F\{\eta\} + \{\eta\}^T E\{\varepsilon^0\} + \{\eta\}^T F\{k\} + \{\eta\}^T H\{\eta\} \\ + \{\gamma^0\}^T A'\{\gamma^0\} + \{\gamma^0\}^T D'\{\chi\} + \{\chi\}^T D'dz.\{\gamma^0\} + \{\chi\}^T F'\{\chi\} \end{pmatrix}dS \tag{17}$$

thay các biểu thức (11), (12) và (13) vào (17) rồi biến đổi, ta được biểu thức của ma trận độ cứng phần tử như sau:

$$
\begin{aligned}
[K_e] &= \int_{S_e} \begin{bmatrix} B_1^T A B_1 + B_1^T B B_2 + B_1^T E B_3 + B_2^T B B_1 + B_2^T D B_2 + B_2^T F B_3 + B_3^T E B_1 + \\ + B_3^T F B_2 + B_3^T H B_3 + B'^T_1 A' B'_1 + B'^T_1 D' B'_2 + B'^T_2 D' B'_1 + B'^T_2 F' B'_2 \end{bmatrix} dS \\
&= \int_{S_e} [B]^T H [B] dS
\end{aligned}
\tag{18}
$$

trong đó, [B] là ma trận biến dạng-chuyển vị, [H] là ma trận đàn hồi, được xác định theo biểu thức:

$$
[B] = \left[[B_1] \quad [B_2] \quad [B_3] \quad [B'_1] \quad [B'_1] \right]^T \text{ và } [H] = \begin{bmatrix} [A] & [B] & [E] & 0 & 0 \\ [B] & [D] & [F] & 0 & 0 \\ [E] & [F] & [H] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [A'] & [F'] \\ 0 & 0 & 0 & [D'] & [H'] \end{bmatrix} \tag{19}
$$

3. Kết quả số

Dựa vào các hệ thức đã trình bày ở trên, một chương trình tính bằng ngôn ngữ Visual C^{++} đã được xây dựng nhằm tính toán số cho một số kết cấu tấm composite graphite/epoxy chịu uốn.

3.1. Tấm vuông không đối xứng chịu các liên kết đơn trên 4 cạnh.

Kết cấu tấm composite graphite/epoxy chịu uốn, có cơ tính: E_1 = 172.5Gpa, E_1= 280GPa; $E_2 = E_3$ = 7GPa; $G_{12} = G_{13}$ = 4.2GPa; G_{23} = 3.5 GPa; $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13}$ =0.25; a = b = 400 mm; p = 100N/m^2.

Độ võng của tấm được thể hiện ở bảng 1 và được so sánh với các kết quả số bằng phương pháp PTHH của Tran Ich Thinh, Ngo Nhu Khoa [1], của Pandya and Kant [11], [12] và kết quả tính theo phương pháp giải tích của Turvey [13].

Kết quả trong Bảng 1 là giá trị độ võng $\mathbf{w_0(a/2,a/2,0)}$ (m) của tấm vuông, cấu hình (0/90), liên kết đơn ở 4 cạnh, chịu tải trọng gây uốn phân bố đều.

Bảng 1. Độ võng $\mathbf{w_0(a/2,a/2,0)}$ (m) của tấm vuông, cấu hình (0/90)

Nguồn	*Tỷ lệ a/h*		
	5	*10*	*40*
Báo cáo	**1.647 E-8**	**8.780 E-8**	**4.66482 E-6**
Tran Ich Thinh, Ngo Nhu Khoa [1]	1.45946 E-8	8.02189 E-8	3.90091 E-6
Pandya and Kant [11]	1.65248 E-8	8.10857 E-8	4.60727 E-6
Pandya and Kant [12]	1.63474 E-8	8.08571 E-8	4.60617 E-6
Turvey [13]	1.52631 E-8	7.88686 E-8	4.59118 E-6

Nhận xét: Kết quả số trong bảng 1 cho thấy thuật toán và chương trình có độ tin cậy cao khi so sánh với kết quả độc lập khác, đặc biệt là đối với tấm mỏng.

3.2. Tấm vuông đối xứng chịu các liên kết đơn trên 4 cạnh.

Kết cấu tấm composite graphite/epoxy chịu uốn, có cơ tính:

E_1 = 172.5GPa; $E_2 = E_3$ = 6.9GPa; $G_{12} = G_{13}$ = 3.45GPa; G_{23} = 1.38 GPa; ν_{12}=0.25; $\nu_{23} = \nu_{13}$ =0.01; a = b = 1800 mm; q = 1000N/m^2. Cấu hình $0^0/90^0/0^0$.

Độ võng của tấm được thể hiện ở bảng 2 và được so sánh với các kết quả số bằng phương pháp PTHH của Sheikh *and* Chakrabarti [4] và Reddy [5], để đánh giá tốc độ hội tụ của phương pháp.

Bảng 2. Độ võng quy đổi ở giữa tấm chịu liên kết đơn trên 4 cạnh tải trọng gây uốn phân bố đều.

Nguồn		*Tỷ lệ a/h*		
		20	*50*	*100*
Báo cáo (4x4)	HSDT	**0.7782**	**0.6804**	**0.6762**
		0.7584	**0.6779**	**0.6581**
Báo cáo (6x6)	HSDT	**0.7753**	**0.6817**	**0.6615**
	FSDT	**0.7576**	**0.6728**	**0.6525**
Báo cáo (8x8)	HSDT	**0.7756**	**0.6832**	**0.6712**
	FSDT	**0.7578**	**0.6809**	**0.6689**
Báo cáo (8x16)	HSDT	**0.7758**	**0.6836**	**0.6680**
	FSDT	**0.7571**	**0.6802**	**0.6677**
Sheikh *and* Chakrabarti [4] (8x8)	HSDT	0.7819	0.6897	0.6763
	FSDT	0.7632	0.6866	0.6755
Sheikh *and* Chakrabarti [4] (16x16)	HSDT	0.7763	0.6854	0.6720
	FSDT	0.7588	0.6823	0.6713
Sheikh *and* Chakrabarti [4] (32x32)	HSDT	0.7763	0.6841	0.6708
	FSDT	0.7588	0.6813	0.6707
Reddy [5]	HSDT	0.7760	0.6838	0.6705
	FSDT	0.7573	0.6807	0.6697

Nhận xét: Kết quả số trong bảng 2 cho thấy tốc độ hội tụ của chương trình tốt hơn so với các kết quả của *Sheikh&Chakrabarti* [4]. Lí do trên có thể do phần tử được sử dụng trong chương trình là phần tử tứ giác 9 nút, còn của các tác giả *Sheikh&Chakrabarti* [4] đã sử dụng phần tử tam giác bậc 2 (6 nút). Có thể kết luận rằng, chương trình có thể cho kết quả với độ chính xác chấp nhận được với mật độ lưới là 8x8 đối với các tấm composite kích thước khá lớn (1800x1800).

3.3. Tấm chữ nhật xen lớp đối xứng chịu liên kết đơn trên 4 cạnh, tải trọng gây uốn phân bố quy luật hàm sin.

Khảo sát độ võng và các thành phần ứng suất quy đổi ở 1 số điểm của tấm chữ nhật b/a = 3, cấu hình $0^0/90^0/0^0$ chịu liên kết đơn trên 4 cạnh, tải trọng gây uốn phân bố theo quy luật hàm **sin** cường độ *q (tấm có kích thước a = 900mm, b=2700mm).*

Trong đó:

$$\overline{w} = w^*\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right);\quad w^* = \left(\frac{wh^3E_2}{qa^4}\right)100\,;\ \overline{\sigma_1} = \sigma^*_1\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2},\frac{h}{2}\right),\quad \sigma^*_1 = \frac{h^2\sigma_1}{qa^2}\,;$$

$$\overline{\sigma_4} = \sigma^*_4\left(0,\frac{b}{2},0\right),\quad \sigma^*_4 = \frac{h^2\sigma_4}{qa^2}\,;\ \overline{\sigma_5} = \sigma^*_2\left(\frac{a}{2},\ 0,\ 0\right),\quad \sigma^*_5 = \frac{h^2\sigma_5}{qa^2}$$

Bảng 3. Độ võng quy đổi và các thành phần ứng suất quy đổi.

a/h	Nguồn		$\overline{w}$	$\overline{\sigma_1}$	$\overline{\sigma_4}$	$\overline{\sigma_5}$
10	**Báo cáo (8x8)**	HSDT	**0.8650**	**0.7120**	**0.2845**	**0.0180**
		FSDT	**0.8023**	**0.6281**	**0.1880**	**0.0142**
	Sheikh & Chakrabarti [4] (16x16)	HSDT	0.8649	0.7164	0.2851	0.0106
		FSDT	0.8013	0.6398	0.1861	0.0110
	Reddy [5]	HSDT	0.8622	0.6924	0.2859	0.0170
		FSDT	0.8030	0.6214	0.1894	0.0159
20	**Báo cáo (8x8)**	HSDT	**0.5930**	**0.6480**	**0.2876**	**0.0142**
		FSDT	**0.5782**	**0.6243**	**0.1860**	**0.0138**
	Sheikh & Chakrabarti [4] (16x16)	HSDT	0.5965	0.6634	0.2859	0.0135
		FSDT	0.5811	0.6434	0.1854	0.0131
	Reddy [5]	HSDT	0.5937	0.6407	0.2880	0.0139
		FSDT	0.5784	0.6228	0.1896	0.0135
100	**Báo cáo (8x8)**	HSDT	**0.4912**	**0.5921**	**0.1772**	**0.0114**
		FSDT	**0.4899**	**0.5867**	**0.1766**	**0.0112**
	Sheikh & Chakrabarti [4] (16x16)	HSDT	0.5097	0.6457	0.2847	0.0129
		FSDT	0.5091	0.6449	0.1866	0.0127
	Reddy [5]	HSDT	0.5070	0.6240	0.2886	0.0129
		FSDT	0.5064	0.6233	0.1897	0.0127

4. Kết luận

Bằng phần tử hữu hạn tứ giác đẳng tham số (9 nút, 7 bậc tự do tại mỗi nút), dựa trên lý thuyết tấm chuyển vị cắt bậc cao của Reddy, báo cáo đã xây dựng được thuật toán và chương trình tính cho bài toán uốn tấm composite lớp. Thuật tóan ghép nối phần tử trong xây dựng ma trận độ cứng tổng thể và ghép nối vec tơ lực nút tổng thể đã được phát triển một cách hợp lí, cho phép chương trình có khả năng tùy chọn mật độ lưới tốt. Kết quả số trong báo cáo có độ tin cậy cao khi so sánh với một số kết quả đã công bố của các tác giả khác. Đồng thời, qua khảo sát cho thấy tốc độ hội tụ của lời giải là rất tốt. Chương trình cho phép khảo sát cơ học của các kết cấu tấm composite có kích thước lớn với kết quả đáng tin cậy.

Công trình này được hoàn thành với sự tài trợ của Chương trình Nghiên cứu Cơ bản trong Khoa học Tự nhiên.

Tài liệu tham khảo

[1]. Tran Ich Thinh, Ngo Nhu Khoa (2001), "Higher-order finite element algorithm for the thick layered Composite plate bending problem", Proceeding of the National Coonference on Engineering Mechannics, Hanoi, pOctober 12-13, 2001

[2]. Ngô Như Khoa. (2002). " Mô hình hoá và tính toán số vật liệu-kết cấu composite". Luận án Tiến sỹ kỹ thuật.

[3]. Trần Ích Thịnh (1994). Vật liệu composite. Nxb. GD. Hà Nội.

[4]. Sheikh A.H., Chakrabarti A., *A new plate bending element based on higher-order shear deformation theory for the analysis of composite plates.* Finite Elements in Analysis and Design 39 (2003) 883–903

[5]. Panda S. C., Natarajan R., *Finite element analysis of laminated composite plates.* Int. J. Numer. Meth. Engng 14, 69-79 (1979).

[6]. J.N. Reddy, A simple higher-order theory for laminated composite plates, J. Appl. Mech. (ASME) 51 (1984) 745–752.

[7]. T. Kant, Numerical analysis of thick plates, Comp. Methods Appl. Mech. Eng. 31 (1982) 1–18

[8]. Jones R. M. (1999). Mechanics of Composite Materials. Taylor&Francis.

[9]. Ochoa O. O., (1992). Finite Element Analysis of Composite Laminates. Kluwer Academic Publishers

[10]. Akin J. E. and Kwon Y. W., A mixed finite element method for layered composite plates. In Computational Mechanics "86": Theory and application (Edited by Yagawa et al.), pp. I95-I102. Springer, Tokyo (1986).

[11]. Padya B. N. and Kant T., Finite element analysis of laminated composite plates using a higher-order displacement model. Composites Science and Technology 32, pp. 137-155, 1988.

[12]. Padya B. N. and Kant T., Finite element stress analysis of unsymmetrically laminated composite plates based on a refined higher-order theory, Int. Conf. on Comp. Mat and Struc. New Delhi, 1988.

[13]. Turvey G. J., Bending of laterally loaded, simply supported, moderately thick, antisymmetrically laminated plates, Fibre Science and Technology, 10, 1997.