ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐẶNG TÚ HỒI

PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ:
THAM SỐ HIỆU CHỈNH VÀ SỰ HỘI TỤ

CHUYÊN NGÀNH : TOÁN ỨNG DỤNG
MÃ SỐ : 60.46.36

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN – 2010

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

Công trình được hoàn thành tại :

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC – ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

Người hướng dẫn khoa học: TS. NGUYỄN THỊ THU THUỶ

Phản biện 1: GS.TS. Nguyễn Bường

Phản biện 2: GS.TS. Trần Vũ Thiệu

Luận văn được bảo vệ tại Hội đồng chấm luận văn họp tại:

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC – ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

Ngày 07 tháng 11 năm 2010

Có thể tìm hiểu luận văn tại Trung tâm học liệu Đại học Thái Nguyên và thư viện Trường Đại học Khoa học

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN VĂN

Nguyễn Thị Thu Thuỷ và Đặng Tú Hồi (2010). “Kết quả số của phương pháp hiệu chỉnh giải phương trình toán tử đơn điệu”. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ*, Đại học Thái Nguyên, **70**(08), tr.61 - 64.

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

Mục lục

Mở đầu **3**

Chương 1. Bài toán đặt không chỉnh và phương trình toán tử đơn điệu **7**

1.1 Bài toán đặt không chỉnh 7

1.1.1. Khái niệm về bài toán đặt không chỉnh 7

1.1.2. Ví dụ về bài toán đặt không chỉnh 8

1.2 Phương trình toán tử đơn điệu 14

1.2.1. Toán tử đơn điệu 14

1.2.2. Phương trình với toán tử đơn điệu 16

1.2.3. Phương pháp hiệu chỉnh 18

Chương 2. Nghiệm hiệu chỉnh và tham số hiệu chỉnh **20**

2.1 Hiệu chỉnh phương trình toán tử đơn điệu 20

2.2 Tham số hiệu chỉnh 25

2.3 Tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh 28

2.4 Kết quả số 33

Kết luận **40**

Tài liệu tham khảo **41**

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.

Trong quá trình học tập và làm luận văn, thông qua các bài giảng, tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ và những ý kiến đóng góp quý báu của các giáo sư của Viện Toán học, Viện Công nghệ Thông tin thuộc viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam, các thầy cô giáo trong Đại học Thái Nguyên. Từ đáy lòng mình, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến các Thầy Cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, phòng Đào tạo Khoa học và Quan hệ Quốc tế, Khoa Toán -Tin Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại Trường.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới cô giáo Tiến sĩ Nguyễn Thị Thu Thuỷ, cô đã rất tận tình hướng dẫn, chỉ bảo tác giả trong suốt thời gian tác giả thực hiện luận văn và trực tiếp hướng dẫn tác giả hoàn thành luận văn này.

Cuối cùng, tác giả xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, bạn bè đã luôn theo sát động viên, chia sẻ những khó khăn trong cuộc sống, giúp tác giả có điều kiện tốt nhất trong quá trình học tập và làm luận văn.

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2010

Tác giả

Đặng Tú Hồi

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

MỞ ĐẦU

Rất nhiều bài toán của thực tiễn, khoa học, công nghệ dẫn tới bài toán đặt không chỉnh *(ill-posed)* theo nghĩa Hadamard, nghĩa là bài toán (khi dữ kiện thay đổi nhỏ) hoặc không tồn tại nghiệm, hoặc nghiệm không duy nhất, hoặc nghiệm không phụ thuộc liên tục vào dữ kiện ban đầu. Do tính không ổn định này của bài toán đặt không chỉnh nên việc giải số của nó gặp khó khăn. Lý do là một sai số nhỏ trong dữ kiện của bài toán có thể dẫn đến một sai số bất kỳ trong lời giải.

Trong đề tài luận văn này chúng tôi nghiên cứu bài toán đặt không chỉnh dưới dạng phương trình toán tử

$$Ax = f, \tag{0.1}$$

trong đó $A : X \longrightarrow X^*$ là một toán tử đơn điệu đơn trị h-liên tục từ không gian Banach phản xạ X vào không gian liên hợp X^* của X. Để giải loại bài toán này, ta phải sử dụng những phương pháp ổn định, sao cho khi sai số của các dữ kiện càng nhỏ thì nghiệm xấp xỉ tìm được càng gần với nghiệm đúng của bài toán xuất phát. Năm 1963, A. N. Tikhonov [10] đưa ra phương pháp hiệu chỉnh nổi tiếng và kể từ đó lý thuyết các bài toán đặt không chỉnh được phát triển hết sức sôi động và có mặt ở hầu hết các bài toán thực tế. Nội dung chủ yếu của phương pháp này là xây dựng nghiệm hiệu chỉnh cho phương trình toán tử (0.1) trong không gian Hilbert thực H dựa trên việc tìm phần tử cực tiểu $x_\alpha^{h,\delta}$ của phiếm hàm Tikhonov

$$F_\alpha^{h,\delta}(x) = \|A_h(x) - f_\delta\|^2 + \alpha\|x_* - x\|^2 \tag{0.2}$$

trong đó $\alpha > 0$ là tham số hiệu chỉnh phụ thuộc vào h và δ, x_* là phần tử cho trước đóng vai trò là tiêu chuẩn chọn và (A_h, f_δ) là xấp xỉ của (A, f).

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

Hai vấn đề cần được giải quyết ở đây là tìm phần tử cực tiểu của phiếm hàm Tikhonov và chọn tham số hiệu chỉnh $\alpha = \alpha(h, \delta)$ thích hợp để phần tử cực tiểu $x^{h,\delta}_{\alpha(h,\delta)}$ dần tới nghiệm chính xác của bài toán (0.1) khi h và δ dần tới không.

Việc tìm phần tử cực tiểu của phiếm hàm Tikhonov sẽ gặp nhiều khó khăn trong trường hợp bài toán phi tuyến. Đối với lớp bài toán phi tuyến với toán tử đơn điệu $A : X \to X^*$, F. Browder [8] đưa ra một dạng khác của phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov. Tư tưởng chủ yếu của phương pháp do F. Browder đề xuất là sử dụng một toán tử $M : X \to X^*$ có tính chất h-liên tục *(hemicontinuous)*, đơn điệu mạnh làm thành phần hiệu chỉnh. U^s, ánh xạ đối ngẫu tổng quát của X, là một toán tử có tính chất như vậy. Bằng phương pháp này, Ya. I. Alber [2] nghiên cứu phương trình hiệu chỉnh

$$A_h(x) + \alpha U^s(x - x_*) = f_\delta \tag{0.3}$$

cho bài toán (0.1).

Việc chọn tham số hiệu chỉnh $\alpha = \alpha(\delta)$ thích hợp cho phương trình hiệu chỉnh (0.3) khi $A_h \equiv A$ đã được nghiên cứu trong [2]. Ở đó người ta chỉ ra rằng tham số α phụ thuộc vào δ được đánh giá bởi đẳng thức

$$\rho(\alpha) = \tilde{K}\delta^p, \quad 0 < p < 1, \ \tilde{K} \geq 1,$$

với $\rho(\alpha) = \alpha\|x^\delta_\alpha\|$. Phương trình hiệu chỉnh (0.3) cùng cách chọn tham số $\alpha = \alpha(\delta)$ như trên là một thuật toán hiệu chỉnh Tikhonov cho phương trình toán tử không chỉnh (0.1). Năm 2005, Nguyễn Bường [6] đã nghiên cứu việc chọn giá trị của tham số hiệu chỉnh theo nguyên lí độ lệch suy rộng trên cơ sở giải phương trình

$$\rho(\alpha) = \delta^p\alpha^{-q}, \quad 0 < p \leq q$$

cho bài toán (0.1) khi xét phương trình hiệu chỉnh (0.3) trong trường hợp $A_h \equiv A$.

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*

Mục đích của đề tài luận văn nhằm đọc hiểu và trình bày lại phương pháp giải ổn định phương trình toán đơn điệu với các nội dung sau:

1. Trình bày phương pháp hiệu chỉnh Browder-Tikhonov hiệu chỉnh phương trình toán tử đơn điệu trong không gian Banach phản xạ thực X.

2. Nêu sự hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh và phương pháp chọn tham số hiệu chỉnh.

3. Đánh giá tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh ứng với tham số hiệu chỉnh đã chọn.

4. Đưa ra một ví dụ số minh họa.

Nội dung của đề tài được trình bày trong hai chương. Chương 1 giới thiệu một số kiến thức cơ bản nhất về bài toán đặt không chỉnh và phương trình toán tử đơn điệu.

Trong chương 2 sẽ trình bày phương pháp hiệu chỉnh Browder-Tikhonov cho phương trình toán tử đơn điệu, trình bày cách chọn giá trị của tham số hiệu chỉnh và đánh giá tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh này. Ở phần cuối của chương là một kết quả số có tính chất minh họa.

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên http://www.lrc-tnu.edu.vn

MỘT SỐ KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT

X	không gian Banach thực
X^*	không gian liên hợp của X
$\mathbb{R}^n$	không gian Euclide n chiều
$\emptyset$	tập rỗng
$x := y$	x được định nghĩa bằng y
$\forall x$	với mọi x
$\exists x$	tồn tại x
I	ánh xạ đơn vị
A^T	ma trận chuyển vị của ma trận A
$a \sim b$	a tương đương với b
A^*	toán tử liên hợp của toán tử A
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền giá trị của toán tử A
$x^k \to x$	dãy $\{x^k\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^k \rightharpoonup x$	dãy $\{x^k\}$ hội tụ yếu tới x

Số hóa bởi Trung tâm Học liệu - Đại học Thái Nguyên *http://www.lrc-tnu.edu.vn*