ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

ĐOÀN HOÀNG HẢI

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC MÁY TÍNH

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

ĐOÀN HOÀNG HẢI

CÁC THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT TRONG ĐỒ THỊ: LÝ THUYẾT, THUẬT TOÁN VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: KHOA HỌC MÁY TÍNH

Mã số chuyên ngành: 60 48 0101

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC MÁY TÍNH

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS-TS. ĐẶNG QUANG Á

Thái Nguyên - 2015

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU **..1**

Chương I: MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN TRONG LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ **........2**

1.1 Các khái niệm cơ bản của lý thuyết đồ thị 2

1.1.1 Định nghĩa đồ thị 2

1.1.2. Các thuật ngữ cơ bản 5

1.1.3. Định nghĩa đường đi, chu trình, đồ thị liên thông. 7

1.2 Đường đi ngắn nhất 11

1.2.1 Đường đi ngắn nhất xuất phát từ một đỉnh 11

1.2.2 Đường trong đồ thị không có chu trình 11

1.2.3 Đường đi ngắn nhất giữa hai cặp đỉnh 14

1.3 Một số bài toán dẫn đến bài toán tìm đường đi ngắn nhất trong đồ thị 15

1.3.1 Tìm đường đi ngắn nhất từ điểm A đến điểm B trong thành phố. 15

1.3.2 Tối ưu hệ thống mạng truyền dẫn. 18

Chương II: ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT TỪ MỘT ĐỈNH **.....................................21**

2.1.Thuật toán Bellman-Ford 27

2.2. Thuật toán Dijkstra 31

2.3. Thuật toán tìm kiếm A*...37

Chương III : ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT GIỮA TẤT CẢ CÁC CẶP ĐỈNH **........40**

3.1. Thuật toán Floyd-Warshall...48

3.2. Thuật toán Johnson 55

Chương IV: ỨNG DỤNG THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT VÀO MÔ HÌNH HỆ THỐNG ROUTING TĨNH **..60**

4.1. Nguyên lý hoạt động cơ bản của Router trong hệ thống mạng. 60

4.2. Ứng dụng một thuật toán (Dijkstra). 69

4.3. Thiết kế chương trình áp dụng thuật toán (Floyd-Warshall). 71

4.4. Kết quả thử nghiệm 71

TÀI LIỆU THAM KHẢO **..73**

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuyết đồ thị là một lĩnh vực nghiên cứu đã có từ lâu đời và có nhiều ứng dụng hiện đại.Những tư tưởng cơ bản của lý thuyết đồ thị đươc đề xuất từ những năm đầu của thế kỷ 18 bởi nhà toán học lỗi lạc người Thụy Sĩ Leonhard Euler.

Đồ thị được sử dụng để giải quyết các bài toán trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Chẳng hạn, đồ thị có thể sử dụng để xác định các mạch vòng trong vấn đề giải tích mạch điện. Chúng ta có thể phân biệt các hợp chất hoá học hữu cơ khác nhau với cùng công thức phân tử nhưng khác nhau về cấu trúc phân tử nhờ đồ thị. Chúng ta có thể xác định xem hai máy tính trong mạng có thể trao đổi thông tin được với nhau hay không nhờ mô hình đồ thị của mạng máy tính. Đồ thị có trọng số trên các cạnh có thể sử dụng để giải các bài toán như : tìm đường đi ngắn nhất giữa hai thành phố trong cùng một mạng giao thông. Chúng ta còn sử dụng đồ thị để giải các bài toán về lập lịch, thời khoá biểu và phân bố tần số cho các trạm phát thanh và truyền hình.

Trong đời sống, chúng ta thường gặp các tình huống như sau: để đi từ điểm A đến điểm B trong thành phố, có nhiều đường đi, nhiều cách đi; có lúc ta chọn đường đi ngắn nhất (theo nghĩa cự ly), có lúc lại cần trọn đường đi nhanh nhất (theo nghĩa thời gian),v.v…

Mục đích đề tài tìm hiểu, nghiên cứu các thuật toán tìm đường đi ngắn nhất trong đồ thị phục vụ việc nghiên cứu khoa học và ứng dụng vào thực tiễn.

Củng cố và rèn luyện kỹ năng lập trình, nhớ lại các thuật toán

Chương I : Một số kiến thức cơ bản trong lý thuyết đồ thị.

Chương II : Đường đi ngắn nhất từ một đỉnh.

Chương III : Đường đi ngắn nhất giữa tất cả các cặp đỉnh.

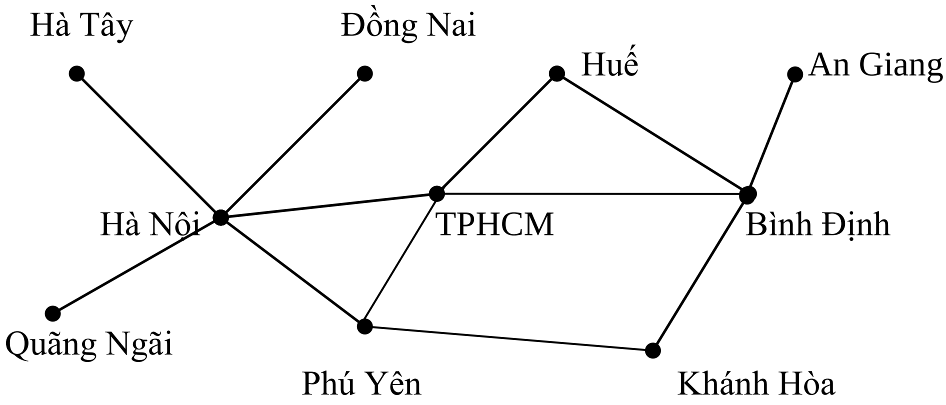
Chương IV : Ứng dụng thuật toán tìm đường đi ngắn nhất vào mô hình hệ thống routing tĩnh.

Chương I: MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN TRONG LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

1.1 Các khái niệm cơ bản của lý thuyết đồ thị

1.1.1 Định nghĩa đồ thị

Đồ thị là một cấu trúc rời rạc bao gồm các đỉnh và các cạnh nối các đỉnh này. Chúng ta phân biệt các loại đồ thị khác nhau bởi kiểu và số lượng cạnh nối hai đỉnh nào đó của đồ thị. Để có thể hình dung được tại sao lại cần đến các loại đồ thị khác nhau, chúng ta sẽ nêu ví dụ sử dụng chúng để mô tả mạng máy tính. Giả sử ta có một mạng gồm các máy tính và kênh điện thoại (gọi tắt là tên thoại) nối các máy tính này. Chúng ta có thể biểu diễn các vị trí đặt máy tính bởi các điểm và các kênh thoại nối chúng bởi các đoạn nối, xem hình 1.1

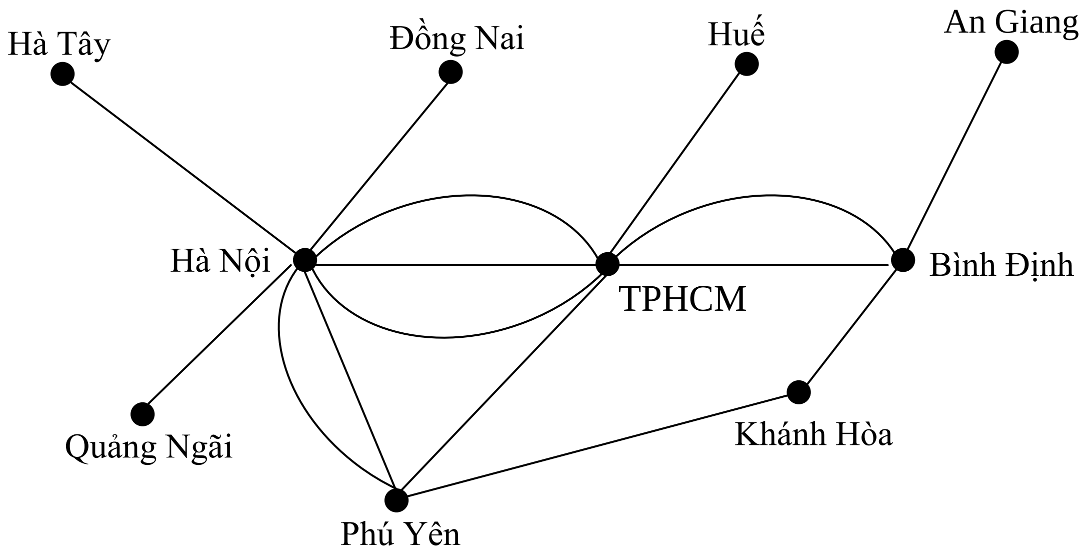


Hình 1.1 Sơ đồ mạng máy tính

Nhận thấy rằng trong mạng hình 1, giữa hai máy tính bất kỳ chỉ cho phép nhiều nhất là một kênh thoại nối chúng, kênh thoại này cho phép liên lạc cả hai chiều và không có máy tính nào lại được nối với chính nó. Sơ đồ mạng máy tính cho trong hình 1 được gọi là đơn đồ thị vô hướng ta đi đến định nghĩa sau:

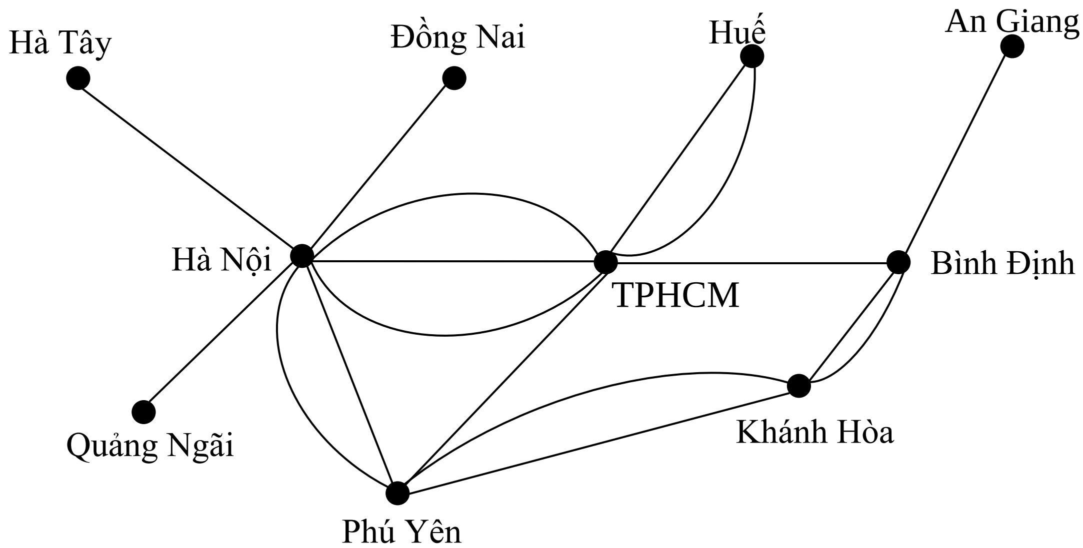
Định nghĩa 1. *Đơn đồ thị vô hướng G=(V,E) bao gồm V là tập đỉnh và E là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh.*

Trong trường hợp giữa hai máy tính nào đó thường xuyên phải truyền tải nhiều thông tin người ta phải nối hai máy này bởi nhiều kênh thoại. Mạng với đa kênh thoại giữa các máy tính được cho trong hình 1.2



Hình 1.2 Sơ đồ mạng máy tính với đa kênh thoại

Định nghĩa 2*. Đa đồ thị vô hướng G=(V,E) bao gồm V là tập các đỉnh, và E là họ các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh .Hai cạnh e_1 và e_2 được gọi là cạnh lặp nếu chúng cùng tương ứng với một cặp đỉnh.*



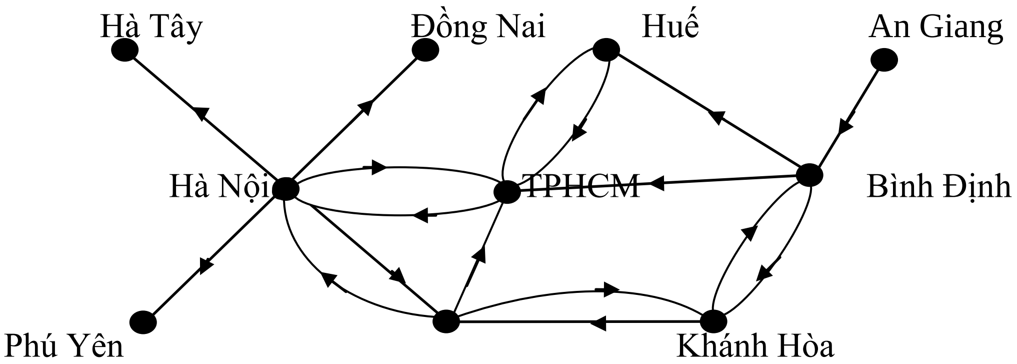
Hình 1.3 Sơ đồ mạng máy tính với kênh thông báo.

Rõ ràng mỗi đơn đồ thị đều là đa đồ thị, nhưng không phải đa đồ thị nào cũng là đơn đồ thị, vì trong đa đồ thị có hai hay nhiều hơn cạnh nối một cặp đỉnh nào đó.

Trong mạng máy tính có thể có những kênh thoại nối một máy tính nào đó với chính nó. Mạng như vậy được cho trong hình 1.3. Như vậy đa đồ thị không thể mô tả được mạng như vậy, bởi vì có những khuyên (cạnh nối một đỉnh vói chính nó). Trong trường hợp này chúng ta cần sử dụng đến khái niệm giả đồ thị vô hướng, được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 3. *Giả đồ thị vô hướng G=(V,E) bao gồm V là tập các đỉnh, và E là họ các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử (không nhất thiết phải khác nhau) của V gọi là các cạnh. Cạnh e được gọi là khuyến nếu có dạng e=(u,u).*

Các kênh thoại trong mạng máy tính có thể chỉ cho phép truyền tin theo một chiều. Chẳng hạn trong hình 1.4 máy chủ ở Hà Nội chỉ có thể nhận tin từ các máy ở địa phương, có một số máy chỉ có thể gửi tin đi, còn các kênh thoại cho phép truyền tin theo cả hai chiều được thay thế bởi hai cạnh có hướng ngược chiều nhau.



Hình 1.4 Mạng máy tính với các kênh thoại một chiều

Định nghĩa 4. *Đơn đồ thị có hướng G=(V,E) bao gồm V là tập các đỉnh, và E là tập các cặp có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cung.*

Nếu trong mạng có thể có đa kênh thoại một chiều, ta sẽ phải sử dụng đến khái niệm đa đồ thị có hướng:

Định nghĩa 5. *Đa đồ thị có hướng G=(V,E) bao gồm V là tập các đỉnh,và E là họ các cặp có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cung. Hai cung* e_1 *và* e_2 *tương ứng với cùng một cặp đỉnh được gọi là cung lặp.*

Trong các phần tiếp theo chủ yếu chúng ta sẽ làm việc với đơn đồ thị vô hướng và đơn đồ thị có hướng. Vì vậy, để cho ngắn gọn, ta sẽ bỏ qua tính từ đơn mỗi khi nhắc đến chúng.

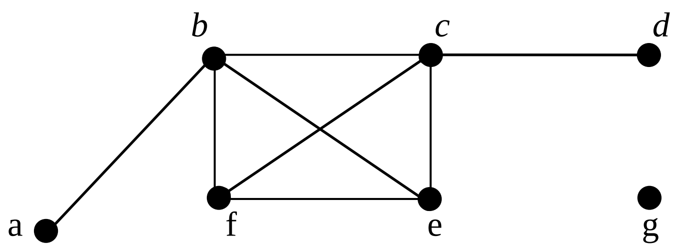
1.1.2. Các thuật ngữ cơ bản

Trong mục này chúng ta sẽ trình bày một số thuật ngữ cơ bản của lý thuyết đồ thị. Trước tiên, ta xét các thuật ngữ mô tả các đỉnh và cạnh của đồ thị vô hướng.

Định nghĩa 1. *Hai đỉnh u và v của đồ thị có hướng G được gọi là kề nhau nếu (u,v) là cạnh của đồ thị G. Nếu e=(u,v) là cạnh của đồ thị thì ta nói cạnh này là cạnh liên thuộc với hai đỉnh u và v, hoặc cũng nói là cạnh e nối đỉnh u và đỉnh v, đồng thời các đỉnh u và v sẽ được gọi là các đỉnh đầu của cạnh (u,v).*

Để có thể biết có bao nhiêu cạnh liên thuộc với một đỉnh, ta đưa vào định nghĩa sau

Định nghĩa 2*. Ta gọi bậc của đỉnh v trong đồ thị vô hướng là số cạnh liên thuộc với nó ta sẽ kí hiệu là deg(v).*



Hình 1.5 Đồ thị vô hướng

Thí dụ. Xét đồ thị cho trong hình 1.5, ta có

deg(a)=1, deg(b)=4 , deg(c)=4 , deg(f)=3, deg(d)=1 ,

deg(e)=3 , deg(g)=0.

Đỉnh bậc 0 gọi là đỉnh cô lập, đỉnh bậc 1 được gọi là đỉnh treo. Trong ví dụ trên đỉnh g là đỉnh cô lập, a và d là các đỉnh treo. Bậc của đỉnh có tính chất sau :

Định lý 1*. Giả sử G=(V,E) là đồ thị vô hướng với m cạnh. Khi đó*

$$2m = \sum_{v \in V} \deg(v)$$

Chứng minh. Rõ ràng trong mỗi cạnh e=(u,v) được tính một lần trong deg(u) và một lần trong deg(v). Từ đó suy ra tổng tất cả các bậc của các đỉnh bằng hai lần số cạnh

Thí dụ 2. Đồ thị với n đỉnh và mỗi đỉnh có bậc là 6 có bao nhiêu cạnh ?

Giải: Theo định lý 1, ta có 2m=6n. Từ đó suy ra số cạnh của đồ thị là 3n.

Hệ quả. Trong đồ thị vô hướng, số đỉnh bậc lẻ (nghĩa là có bậc là số lẻ) là một số chẵn.

Chứng minh. Thực vậy, gọi O và U tương ứng là tập đỉnh bậc lẻ và tập đỉnh bậc chẵn của đồ thị,ta có

$$2m=\sum_{v\in V}\deg(v)+\sum_{v\in O}\deg(v)+\sum_{v\in U}\deg(v)$$

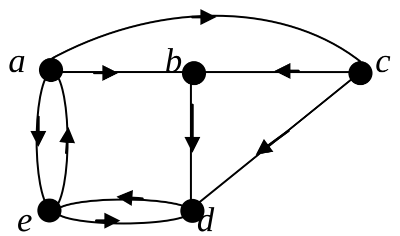
Do deg(v) là chẵn với v là đỉnh trong U nên tổng thứ hai trong vế phải ở trên là số chẵn. Từ đó suy ra tổng thứ nhất (chính là tổng bậc của các đỉnh bậc lẻ) cũng phải là số chẵn, do tất cả các số hạng của nó là số lẻ, nên tổng này phải gồm một số chẵn các số hạng. Vì vậy, số đỉnh bậc lẻ phải là số chẵn.

Ta xét các thuật ngữ tương tự cho đồ thị có hướng.

Định nghĩa 3. *Nếu e=(u,v) là cung của đồ thị có hướng G thì ta nói hai đỉnh u và v là kề nhau, và nói cung(u,v) nối đỉnh u với đỉnh v hoặc cũng nói cung này là đi ra khỏi đỉnh u và đi vào đỉnh v. Đinh u (v) sẽ được gọi là đỉnh đầu (cuối) của cung (u,v).*

Tương tự như khái niệm bậc, đối với đồ thị có hướng ta có khái niệm bán bậc ra (vào) của một đỉnh.

Định nghĩa 4. *Ta gọi bán bậc ra (vào) của đỉnh v trong đồ thị có hướng là số cung của đồ thị đi ra khỏi nó (đi vào nó) và kí hiệu là $deg^+(v)(deg^-(v))$.*



Hình 1.6 Đồ thị có hướng G

Thí dụ 3. Xét đồ thị cho trong hình 1.6 Ta có

$deg^-(a)=1$, $deg^-(b)=2$, $deg^-(c)=2$, $deg^-(d)=2$, $deg^-(e)=2$.

$deg^+(a)=3$, $deg^+(b)=1$ $deg^+(c)=1$, $deg^+(d)=2$, $deg^+(e)=2$

Do mỗi cung (u,v) sẽ được tính một lần trong bán bậc vào của đỉnh v và một lần trong bán bậc ra của đỉnh u nên ta có

Định lý 2. *Giả sử G=(V,E) là đồ thị có hướng, khi đó*

$$\sum_{v \in V} \deg^+(v) = \sum_{v \in V} \deg^-(v) = |E|$$

Rất nhiều tính chất của đồ thị có hướng không phụ thuộc vào hướng trên các cung của nó. Vì vậy, trong nhiều trường hợp sẽ thuận tiện hơn nếu ta bỏ qua hướng trên các cung của đồ thị. Đồ thị vô hướng thu được bằng cách bỏ qua hướng trên các cung được gọi là đồ thị vô hướng tương ứng với đồ thị có hướng đã cho.

1.1.3. Định nghĩa đường đi, chu trình, đồ thị liên thông.

Định nghĩa 1. *Đường đi độ dài n từ đỉnh u đến đỉnh v, trong đó n là số nguyên dương, trên đồ thị vô hướng G=(V,E) là dãy*

$x_o, x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n$

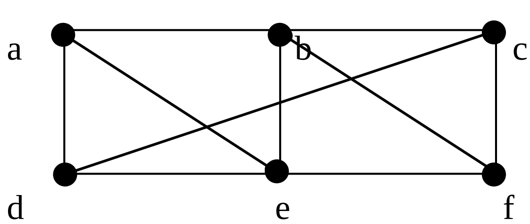
trong đó $u = x_o$, $v = x_n$, $(x_i, x_{i+1}) \in E$, $i=0,1,2,\ldots,n-1$.

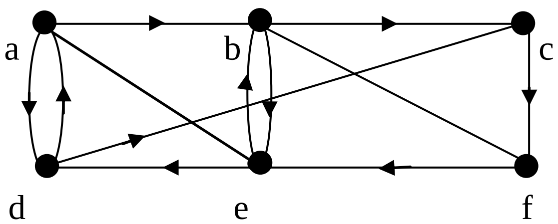
Đường đi nói trên còn có thể biểu diễn dưới dạng các cạnh:

$(x_o, x_1), (x_o, x_2), \ldots, (x_{n-1}, x_n)$.

Đỉnh u gọi là đỉnh đầu, còn đỉnh v gọi là đỉnh cuối của đường đi. Đường đi có đỉnh đầu trùng với đỉnh cuối (tức là u=v) được gọi là chu trình. Đường đi hay chu trình được gọi là đơn nếu như không có cạnh nào bị lặp lại.

Thí dụ 1. Trên đồ thị vô hướng cho trong hình 1.7: a,d,c,f,e là đường đi đơn độ dài 4. Còn d,e,c,a không là đường đi do (e,c) không phải là cạnh của đồ thị. Dãy b,c,f,e,b là chu trình độ dài 4. Đường đi a,b,e,d,a,b có độ dài là 5 không phải là đường đi đơn, do cạnh (a,b) có mặt trong nó hai lần.





Hình 1.7 Đường đi trên đồ thị