ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐINH QUANG NGỌC

MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ TRONG GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN PHÂN TUYẾN TÍNH THEO PHƯƠNG PHÁP NHÁNH CẬN VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐINH QUANG NGỌC

MỘT PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ TRONG GIẢI BÀI TOÁN QUY HOẠCH NGUYÊN PHÂN TUYẾN TÍNH THEO PHƯƠNG PHÁP NHÁNH CẬN VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

TS. NGUYỄN ANH TUẤN

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi.

Thái Nguyên, ngày 20 tháng 04 năm 2015

Học viên

Đinh Quang Ngọc

Mở đầu

Nhiều bài toán thực tế trong kinh tế cũng như trong toán học, thường gặp trong lý thuyết trò chơi, trong công nghiệp hóa chất, trong cắt nguyên vật liệu, trong mạng vận tải và trong định giá thành sản phẩm, ... dẫn đến chúng ta phải đi giải các bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính. Một phương pháp hiệu quả thường sử dụng để giải bài toán này đó là phương pháp nhánh cận Land-Doig.

Để giải bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính thông thường là chúng ta phải tiến hành giải các bài toán quy hoạch phân tuyến tính tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên của biến với các ràng buộc bổ sung dạng bất phương trình cho các thành phần của biến. Rõ ràng khi sử dụng phương pháp nhánh cận để đi tìm các cận dưới tốt hơn (đối với bài toán min) cho bài toán quy hoạch nguyên thì ta thường phải giải các bài toán tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên với miền ràng buộc được bổ sung thêm sau mỗi bước một ràng buộc dạng bất phương trình đối với thành phần chưa nguyên của biến.

Các thuật toán giải bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ phương trình tuyến tính với các biến không âm đã có nhiều thuật toán giải tương tự như thuật toán đơn hình trong quy hoạch tuyến tính (xem [2], [8]). Tuy nhiên trên thực tế bài toán thường có miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính. Do đó việc sử dụng các thuật toán giải trực tiếp bài toán quy hoạch phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính là khá ưu việt và hiệu quả hơn (vì không phải thêm vào các biến bù) khi ta phải đi giải chúng bởi các phương pháp mà miền ràng buộc đòi hỏi ở dạng chính tắc (tức là miền ràng buộc là hệ phương trình tuyến tính đối với các ràng buộc chính). Chính vì vậy, luận văn này trình bày việc xây dựng một thuật toán xấp xỉ trong giải bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính và khai thác đặc thù riêng của hàm mục tiêu có tính đơn điệu chứng minh bài toán nếu có lời giải thì nó có lời giải đạt ở biên của miền chấp nhận, do đó trong mỗi bước để tìm các cận dưới đúng của bài toán nguyên, chúng ta chỉ phải đi giải các bài toán quy hoạch tuyến tính tương ứng khi chưa có điều kiện nguyên có số chiều là $n-1$ (n là số chiều của bài toán). Như vậy thuật toán sẽ hiệu quả khi giải bài toán quy hoạch nguyên tuyến tính dạng chuẩn có số chiều là 2.

Thái Nguyên, tháng 04 năm 2015

Đinh Quang Ngọc

Học viên Cao học Toán K7A

Chuyên ngành Toán ứng dụng

Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên

Email: `ngocdq.c3nguyenhue@gmail.com`

Chương 1

Bài toán quy hoạch phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính và thuật toán giải

Như chúng ta đã biết, nhiều bài toán thực tế trong kinh tế cũng như trong toán học, thường gặp trong lý thuyết trò chơi, trong công nghiệp hóa chất, trong cắt nguyên vật liệu, trong mạng vận tải và trong định giá thành sản phẩm, ... đều có mô hình toán học dạng các bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính. Vì vậy nội dung của chương này sẽ giới thiệu một số mô hình thực tế có dạng bài toán này và sau đó trình bày thuật toán xấp xỉ trong giải bài toán quy hoạch phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính, làm cơ sở để xây dựng thuật toán giải bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính trình bày trong chương 2.

1.1 Một số bài toán thực tế đưa về bài toán quy hoạch phân tuyến tính và quy hoạch nguyên phân tuyến tính

Sau đây chúng ta trình bày một số mô hình bài toán thực tế có dạng bài toán quy hoạch phân tuyến tính và bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính với miền ràng buộc là hệ bất phương trình tuyến tính.

1.1.1 Bài toán vận tải phân tuyến tính

Có m trạm phát (kho hàng gồm các loại hàng như: ti vi, tủ lạnh, máy giặt, $\ldots$) $A_i\,(i = 1, 2, \ldots, m)$. Mỗi trạm A_i có thể cung cấp tối đa a_i đơn vị hàng. Có n trạm thu (nơi có nhu cầu về hàng) $B_j(j = 1, 2, \ldots, n)$. Mỗi trạm thu B_j cần phải được đáp ứng tối thiểu b_j đơn vị hàng. p_{ij} là lợi nhuận (lãi suất) mà công ty vận tải thu được khi vận chuyển một đơn vị hàng từ trạm phát A_i đến trạm thu B_j, d_{ij} là chi phí vận chuyển một đơn vị hàng từ trạm phát A_i đến trạm thu B_j, Các lợi nhuận khác và các chi phí khác ngoài vận chuyển được xác định bằng các hằng số p_0 và d_0. Gọi x_{ij} là lượng hàng cần vận chuyển trạm phát A_i đến trạm thu B_i. Ta có bài toán quy hoạch nguyên phân tuyến tính sau đây gọi là bài toán vận tải phân tuyến tính:

Hàm mục tiêu:

$$Q\,(x) = \frac{P(x)}{D(x)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} p_{ij}.x_{ij} + p_0}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} d_{ij}.x_{ij} + d_0} \tag{1.1}$$

Chúng ta cần phải cực đại hóa (cực tiểu hóa) hàm mục tiêu trên với các điều kiện ràng buộc sau:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i\;(i = 1, 2, ...m) \tag{1.2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geqslant b_j\;(j = 1, 2, ...n) \tag{1.3}$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \text{nguyên}, (i = 1, 2, \ldots, m)\,, (j = 1, 2, \ldots, n) \tag{1.4}$$

1.1.2 Bài toán cực tiểu giá thành sản phẩm

Một loại sản phẩm được sản xuất theo các phương pháp $T_j(j = 1, 2, \ldots, n)$. Gọi p_j là năng suất của phương pháp T_j (tức là số lượng sản phẩm được sản xuất trong mỗi đơn vị thời gian), r_j là chi phí trong một đơn vị thời gian đối với phương pháp T_j, x_j là số đơn vị thời gian sản xuất theo phương pháp T_j. Như vậy giá thành một sản phẩm là

$$c(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} r_j.x_j}{\sum_{j=1}^{n} p_j.x_j}$$

Bài toán đặt ra là cần cực tiểu hàm $c(x)$ với các ràng buộc về vật tư, vốn, lao động, kỹ thuật, ...

1.1.3 Bài toán cực đại hiệu suất tiêu diệt mục tiêu địch

Một máy bay chiến đấu mang vũ khí với tải trọng là M. Trong kho vũ khí có n loại (bom, tên lửa, rốc két, ...). Máy bay phải mang vũ khí đến đánh một mục tiêu của địch, trọng lượng mỗi đơn vị vũ khí loại j là a_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$. Xác suất tiêu diệt mục tiêu địch (trúng mục tiêu) của một đơn vị vũ khí loại j là p_j, số lượng vũ khí loại j có trong kho là N_j. Gọi x_j là số lượng vũ khí loại j mà máy bay cần mang. Bài toán đặt ra là máy bay cần mang mỗi loại vũ khí là bao nhiêu để hàm hiệu suất chiến đấu dưới đây đạt cực đại:

$$P(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j.x_j}{\sum_{j=1}^{n} x_j}$$

Với các ràng buộc

$$\sum_{j=1}^{n} a_j.x_j \leqslant M$$

$$0 \leqslant x_j \leqslant N_j, \text{ nguyên}, (j = 1, 2, \ldots, n)$$