ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN PHƯƠNG ANH

SỰ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ CHUYỂN MẠCH VI PHÂN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH VỚI NHỮNG HỆ CON ỔN ĐỊNH VÀ KHÔNG ỔN ĐỊNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN PHƯƠNG ANH

SỰ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ CHUYỂN MẠCH VI PHÂN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH VỚI NHỮNG HỆ CON ỔN ĐỊNH VÀ KHÔNG ỔN ĐỊNH

Chuyên ngành: Toán giải tích
Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: TS. ĐÀO THỊ LIÊN

THÁI NGUYÊN - 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi cam đoan đây là công trình được tổng hợp, trình bày từ các công trình [15], [17], [19], theo nhận thức của riêng tôi dưới sự hướng dẫn của TS. Đào Thị Liên. Tài liệu tham khảo và nội dung trích dẫn đảm bảo tính trung thực, sự chính xác và đầy đủ.

Thái Nguyên, tháng 08 năm 2015

Tác giả

Nguyễn Phương Anh

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, dưới sự hướng dẫn tận tình của cô giáo TS. Đào Thị Liên. Nhân dịp này em xin cảm ơn Cô về sự hướng dẫn hiệu quả cùng những kinh nghiệm trong quá trình học tập, nghiên cứu để hoàn thành luận văn.

Xin chân thành cảm ơn Phòng Đào tạo, bộ phận Sau Đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán, các thầy cô giáo Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học và Trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Xin chân thành cảm ơn Trường Cao Đẳng Sư phạm Hòa Bình, cùng các đồng nghiệp đã tạo điều kiện giúp đỡ tôi về mọi mặt trong quá trình học tập và hoàn thành bản luận văn này.

Bản luận văn chắc chắn sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết vì vậy rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Cuối cùng xin cảm ơn gia đình và bạn bè đã động viên, khích lệ tôi trong thời gian học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2015

Tác giả

Nguyễn Phương Anh

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

Trong khoa học và ứng dụng thực tiễn hiện nay có nhiều bài toán, chẳng hạn mô tả hệ thống chuyển mạch của mạng điện, hệ thống mạng viễn thông, … đòi hỏi phải giải và xét tính ổn định của hệ chuyển mạch vi phân thường dạng:

$$\dot{x} = f_{\sigma}(x) \tag{0.1}$$

trong đó $\sigma : \mathbb{R} \to \{1, 2, ..., N\}$, $N \in \mathbb{N}$, là tín hiệu chuyển mạch, x là tín hiệu trong $\mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$, cũng như hệ chuyển mạch vi phân đại số tuyến tính (hệ chuyển mạch DAEs) có dạng:

$$E_{\sigma}\dot{x} = A_{\sigma}x \tag{0.2}$$

trong đó $E_p, A_p \in \mathbb{R}^{n\times n}$, là ma trận hằng với mỗi tham số $p \in \{1, 2, \ldots, N\}$, $\det E_p = 0$, σ là tín hiệu chuyển mạch.

Trong luận văn này tôi trình bày một số điều kiện đủ cho sự ổn định của hệ chuyển mạch DAEs trong trường hợp không phải tất cả các hệ con là ổn định.

DAEs tuyến tính cổ điển (tức là không có sự chuyển mạch) xuất hiện một cách tự nhiên khi mô hình hóa các mạch điện cũng như các hệ thống cơ học đơn giản với các ràng buộc. Đã có một loạt các kết quả nghiên cứu về phương trình vi phân đại số cổ điển, ví dụ kết quả của Breman, Campbell và Petzold [5] Rabier và Rheinboldt [16], Kuke và Mehrmann [10], ... Khi mỗi ma trận E_p là khả nghịch thì phương trình (0.2) đưa được về dạng quen thuộc hơn là phương trình vi phân thường hay hệ chuyển mạch. Cũng có nhiều kết quả nghiên cứu như: Wichs, Peleties và Decarlo [18]; Dayawansa và Martin [6]. Lý thuyết ổn định của các hệ chuyển mạch đã nhận được sự quan tâm nghiên cứu trong những năm gần đây (có thể kể ra các công trình của Branicky [4]; Zhao và Spong [23]; Liberzon [11]; Hesspanha, Liberzon, Angeli và Sontag [8]; Kim, Campbell và Liu [9].

Theo Liberzon [11] sự chuyển đổi giữa các hệ con ổn định có thể dẫn đến sự mất ổn định; hệ chuyển mạch là ổn định tiệm cận theo chuyển đổi tùy ý nếu và chỉ nếu các hệ con chia sẻ một hàm Lyapunov chung và sự ổn định được bảo toàn theo chuyển đổi đủ chậm như có thể được hiển thị bởi việc sử dụng các hàm Lyapunov bội (một cho mỗi hệ con).

Tuy nhiên, phương pháp tương tự ít khi được áp dụng trong hệ chuyển mạch DEAs trong các kết quả nghiên cứu. Trong Liberzon và Trenn [12] hệ chuyển mạch DAEs tuyến tính được xác định bởi họ các hệ con DAEs tuyến tính và tín hiệu chuyển mạch được đưa ra xem xét. Chúng khác nhau từ hệ DAEs tuyến tính cổ điển. Điều kiện đủ Lyapunov cho sự ổn định của hệ chuyển mạch DAEs ban đầu được thành lập khi phép chiếu tương thích được sử dụng. Với sự hỗ trợ của phép biến đổi tương thích, nó mô tả cách thức không phù hợp giá trị ban đầu các bước nhảy đến một thống nhất trong các biến đổi, nó dường như có thể nghiên cứu hệ chuyển mạch DAEs (0.2). Với giả thiết tất cả các hệ con là ổn định, nó thu được toàn bộ hệ thống là ổn định tiệm cận.

Khi một hệ thống không thỏa mãn sự ổn định theo biến đổi bất kỳ, kỹ thuật thời gian dừng trung bình được giới thiệu đầu tiên trong Hespanha và Morse [7] có thể hữu ích cho sự phân tích ổn định. Phương pháp này cũng đã xuất hiện trong Zhai, Hu, Yahuda và Michel [19]; Lin, Zhai và Antsaklis [13]; Zhai và Lin [21]. Nghiên cứu gần đây của các hệ chuyển mạch tuyến tính có thể được tìm thấy trong Zhang và Shi [22]; Olsder [14].

Từ các công trình trên, ta xét hệ chuyển mạch DEAs với các hệ con ổn định và không ổn định theo chuyển đổi thời gian dừng trung bình. Lý do để xét các hệ con không ổn định là trong lý thuyết cũng như thực tế các hệ con không ổn định không thể tránh được trong nhiều ứng dụng. Nhằm tìm hiểu sâu hơn về cách giải quyết vấn đề này, tôi đã chọn đề tài: ***“Sự ổn định của hệ chuyển mạch vi phân đại số tuyến tính với những hệ con ổn định và không ổn định”*** để thực hiện. Trong luận văn này, tôi tổng hợp và trình bày lại sự ổn định của hệ chuyển mạch DEAs tuyến tính mà không cần giả sử mỗi hệ con là ổn định tiệm cận khác biệt với Liberzon và Trenn [12] và chỉ ra sự ổn định tiệm cận của hệ chuyển mạch DEAs nếu thời gian dừng trung bình được chọn đủ lớn và tổng thời gian kích hoạt của các hệ con không ổn định là tương đối nhỏ so với hệ ổn định.

Nội dung luận văn gồm 37 trang, trong đó có phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và danh mục tài liệu tham khảo.

Chương 1: Kiến thức cơ sở.

Nội dung chương này là trình bày một số kiến thức cơ bản bao gồm các khái niệm cơ bản, các tính chất của phương trình vi phân, phương trình vi phân đại số, hệ chuyển mạch sử dụng trong luận văn.

Chương 2: Sự ổn định của hệ chuyển mạch vi phân đại số tuyến tính với các hệ con ổn định và không ổn định.

Nội dung chương này trình bày bài toán và một số kết quả nghiên cứu về sự ổn định của hệ chuyển mạch DAEs (0.2) với những hệ con ổn định và không ổn định, cùng một số ví dụ minh họa cho các kết quả trên.

Chương 1
KIẾN THỨC CƠ SỞ

1.1. Hệ phương trình vi phân thường

1.1.1. Các khái niệm cơ bản

Định nghĩa 1.1.1.1. *Hệ phương trình vi phân thường (ODE) là hệ phương trình dạng:*

$$\frac{dy_i}{dt} = f_j(t, y_1, y_2, \ldots, y_n), \ (j = 1, 2, \ldots, m) \tag{1.1}$$

trong đó t *là biến độc lập;* $y_1, y_2, \ldots, y_n$ *là các hàm cần tìm;* f_j *là các hàm xác định trong bán trụ:*

$$T = I_t^+ \times D_y, I_t^+ = \{\mathrm{t}_0 < t < \infty\}$$

và D_y *là miền mở thuộc* $\mathbb{R}^2$*;* m *có thể khác hoặc bằng* n*.*

Định nghĩa 1.1.1.2. *Hệ phương trình vi phân thường tuyến tính có dạng:*

$$\frac{dY}{dt} = A(t)Y + F(t) \tag{1.2}$$

trong đó $A(t) = (a_{ij}(t))$ là ma trận cấp $n \times n$, $F(t) = colon(f_1(t), \ldots, f_n(t))$, $Y = colon(y_1, y_2 \ldots, y_n)$.

Nếu $F(t) \equiv 0$ thì ta gọi hệ (1.2) là hệ phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất, nếu $F(t) \neq 0$ thì ta gọi hệ (1.2) là hệ tuyến tính không thuần nhất.

Định nghĩa 1.1.1.3. *Nghiệm* $Z = Z(t)(a < t < \infty)$ *của hệ*

$$\frac{dY}{dt} = F(t, Y), \tag{1.3}$$

trong đó $Y = colon(y_1, y_2, \ldots, y_n)$

$$F(t,Y) = colon(f_1(t,Y),\ldots, f_n(t,Y))$$

$$\frac{dY}{dt} = colon(\frac{dy_1}{dt},\ldots,\frac{dy_n}{dt})$$

được gọi là ổn định theo nghĩa Lyapunov khi $t \to +\infty$ *(hay ổn định Lyapunov) nếu với mỗi* $\varepsilon > 0$ *và* $t_0 \in (a,\infty)$ *tồn tại* $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ *sao cho*

1. Tất cả các nghiệm $Y = Y(t)$ *của hệ (1.4) (bao gồm cả nghiệm* $Z(t)$*) thỏa mãn điều kiện*

$$\| Y(t_0) - Z(t_0) \| < \delta \qquad (1.4)$$

xác định trong khoảng $[t_0, +\infty]$ *tức là* $Y(t) \in D_y$ *khi* $t \in [t_0, +\infty)$.

2. Đối với các nghiệm này bất đẳng thức sau thỏa mãn

$$\| Y(t) - Z(t) \| < \varepsilon \text{ khi } t_0 \le t < \infty. \qquad (1.5)$$

Định nghĩa 1.1.1.4. *Nghiệm* $Z = Z(t)$ $(a < t < \infty)$ *được gọi là ổn định tiệm cận khi* $t \to +\infty$ *nếu nó*

1. Ổn định Lyapunov.

2. Với mỗi $t_0 \in (a;\infty)$ *tồn tại* $\delta = \delta(t_0) > 0$ *sao cho mọi nghiệm* $Y(t)$, $(t_0 \le t < \infty)$ *thỏa mãn điều kiện* $\| Y(t_0) - Z(t_0) \| < \delta$ *thì*

$$\lim_{t\to\infty} \| Y(t) - Z(t) \| = 0. \qquad (1.6)$$

1.1.2. Tính ổn định của hệ phương trình vi phân tuyến tính

Xét hệ phương trình vi phân tuyến tính (1.2) trong đó ma trận *A(t)* và *F(t)* liên tục trên khoảng $(a;\infty)$. Giả sử

$$X(t) = [x_{ij}(t)] \quad (\det X \ne 0) \qquad (1.7)$$

là ma trận nghiệm cơ bản của hệ phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất tương ứng

$$\frac{dY}{dt} = A(t)Y, \qquad (1.8)$$

tức là ma trận gồm *n* nghiệm độc lập tuyến tính của (1.8)