

ĐIỀU KHIỂN CON LẮC NGƯỢC

ThS. Bùi Trung Thành - School of Advanced Technologies
Asian Institute of Technology - Bangkok
TS. Nguyễn Hữu Công - Trường ĐHKTCN Thái Nguyên

Tóm tắt

Cân bằng một con lắc ngược (IP) bằng cách điều khiển chuyển động một chiếc xe theo phương ngang là vấn đề cơ bản trong lĩnh vực điều khiển. Bài toán IP là bài toán điều khiển một hệ không ổn định, phi tuyến bằng cách tuyến tính hóa hệ xung quanh vị trí cân bằng. Bài báo này sẽ mô tả phương pháp để duy trì con lắc ở vị trí cân bằng ngược (vị trí mà góc lệch của con lắc theo phương thẳng đứng bằng không). Một bộ điều khiển tối ưu có phản hồi (LQR) sẽ được sử dụng để duy trì trạng thái cân bằng. Bộ điều khiển tối ưu là một bộ điều khiển ổn định, dựa trên mô hình tuyến tính hóa xung quanh vị trí cân bằng ngược và hiệu quả khi hệ con lắc-Xe ở gần vị trí cân bằng này. Mọi trao đổi xin liên hệ: TS. Nguyễn Hữu Công - Bộ môn Đo lường - Điều khiển, Đại học KTCN Thái Nguyên. ĐT: 0913589758, Email: huucongdk55@yahoo.com

1. Giới thiệu

Cơ điện tử là sự kết hợp của kỹ thuật Cơ khí, kỹ thuật Điện-Điện tử và kỹ thuật Máy tính. Vấn đề cơ bản của Cơ điện tử là sự tổ hợp những kỹ thuật trên thông qua quá trình thiết kế. Yêu cầu cơ bản của một Kỹ sư Cơ điện tử là sự cân bằng giữa hai nhóm kỹ năng:

- Xây dựng mô hình (vật lý và toán học), phân tích và thiết kế hệ thống điều khiển cho hệ vật lý đó.
- Tiến hành thử nghiệm, mô phỏng và thực hiện hệ thiết kế bằng phần cứng.

Nghiên cứu Cơ điện tử bằng các bài toán thực tế là rất cần thiết. Thông qua các bài toán này, có thể nắm bắt được các kỹ năng thiết kế cũng như thực hiện (bao gồm phần cơ khí, phần mạch điện tử và phần điều khiển).

Hệ con lắc ngược (IP) được chọn như một hệ điển hình cho việc thiết kế hệ Cơ điện tử. Nó là một hệ cơ bản trong lĩnh vực điều khiển [1], [2]. Nó được dùng rất hiệu quả để tìm hiểu về các khái niệm và thuật toán trong điều khiển hệ tuyến tính như điều khiển ổn định cho một hệ không ổn định. Bằng cách sử dụng bài toán con lắc ngược, nhiều thuật toán điều khiển có thể được thực hiện và so sánh. Như điều khiển theo miền tần số, điều khiển không gian trạng thái, điều khiển tối ưu, điều khiển thích nghi hay điều khiển mờ. Bởi vì hệ là phi tuyến [3], [4], nó cũng hiệu quả trong việc mô hình hóa các ý tưởng về điều khiển phi tuyến. Hơn nữa việc chế tạo mô hình thí nghiệm cũng không quá phức

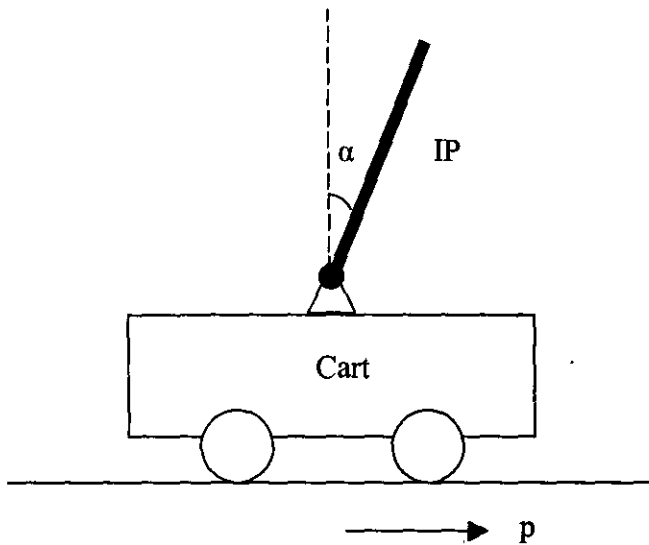
tạp, vì vậy nó có thể được thiết kế [5] để dùng trong các phòng thí nghiệm và thực hành về hệ thống điều khiển.

Hệ con lắc ngược có rất nhiều ứng dụng trong thực tế như việc điều khiển cân bằng cho một biped-robot, điều khiển duy trì quỹ đạo của hệ thống tên lửa-tàu vũ trụ, hay đơn giản là điều khiển cân bằng cho một tay máy (Manipulator).

Trong hệ nghiên cứu ở đây, một con lắc ngược được gắn vào một chiếc xe, chiếc xe có thể chuyển động theo phương nằm ngang nhờ một motor. Các sensors được gắn với xe và trục quay của con lắc để đo vị trí của xe (p) và góc lệch của con lắc theo phương thẳng đứng (θ) tương ứng (Hình 1). Hệ con lắc có hai điểm cân bằng, một điểm ổn định và một điểm không ổn định. Điểm ổn định tương ứng với vị trí tâm của con lắc nằm phía dưới trục quay, trạng thái này không cần điều khiển. Trạng thái không ổn định tương ứng với trạng thái tâm của con lắc nằm phía trên trục quay, bởi vậy yêu cầu một lực điều khiển để điều khiển trạng thái này. Bài toán đặt ra là xây dựng bộ điều khiển để duy trì con lắc ổn định ở vị trí không ổn định này (bài toán con lắc ngược). Như vậy đây là bài toán điều khiển ổn định cho một hệ phi tuyến (xem phương trình), không ổn định.

2. Mô hình toán học của hệ

Sơ đồ nguyên lý của hệ như hình vẽ.



Hình 1

Phương trình chuyển động của hệ được biểu diễn dưới dạng:

$$\ddot{p} \left(M - \frac{m_p l \cos^2(\theta)}{L} \right) = \frac{K_m K_g}{Rr} V - \frac{K^2_m K^2_g}{Rr^2} \dot{p} - \frac{m_p l g}{L} \cos(\theta) \sin(\theta) + m_p l \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} \left(L - \frac{m_p l \cos^2 \theta}{M} \right) = g \sin \theta - \frac{m_p l \dot{\theta}^2}{L} \cos \theta \sin \theta - \frac{\cos \theta}{M} \left(\frac{K_m K_g}{Rr} V - \frac{K^2_m K^2_g}{Rr^2} \dot{p} \right) \quad (2)$$

Trong đó: m_c : khối lượng của xe, m_p : khối lượng của con lắc, I : mô men quán tính của con lắc, l : chiều dài 1/2 con lắc, R : điện trở trong của mô tơ, r : bán kính bánh răng của mô tơ, K_m : Hằng số mô men của mô tơ, K_g : tỷ số truyền của hệ bánh răng.

Để đơn giản, đặt:

$$M = m_c + m_p \quad (3)$$

$$L = \frac{I + m_p l^2}{m_p l} \quad (4)$$

Chú ý rằng mối quan hệ giữa lực F và điện áp V của Motor là:

$$F = \frac{K_m K_g}{Rr} V - \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} p \quad (5)$$

Đặt vector trạng thái là:

$$x = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ p \\ \dot{p} \end{pmatrix}$$

Trong đó:

θ : Góc lệch của con lắc theo phương thẳng đứng

$\dot{\theta}$: Vận tốc góc của con lắc quanh trục quay

p : Vị trí của xe

\dot{p} : Vận tốc của xe

Cuối cùng, tuyến tính hóa hệ quanh điểm không cân bằng ($x = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$)

Hệ con lắc ngược quanh vị trí cân bằng ($\theta=0$) biểu diễn dưới dạng không gian trạng thái là:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + BV \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (6)$$

Trong đó:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{M - \frac{m_p l}{L}} \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} & -\frac{gm_p l}{K \left(M - \frac{m_p l}{L} \right)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{M \left(L - \frac{m_p l}{M} \right)} \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} & \frac{g}{L - \frac{m_p l}{M}} & 0 \end{pmatrix}$$

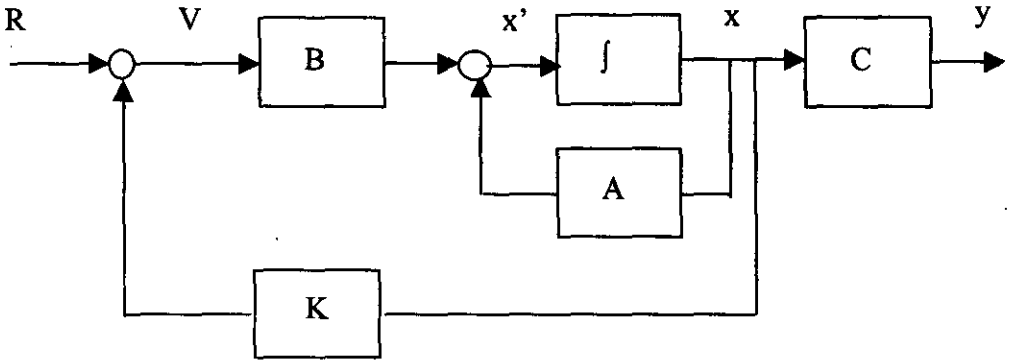
$$B = \begin{pmatrix} 0 & K_m K_g \\ \frac{1}{M} - \frac{m_p l}{L} & Rr \\ 0 & 0 \\ 1 & K_m K_g \\ \frac{M}{L - \frac{m_p l}{M}} & Rr \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Tính toán các giá trị theo thiết kế thí nghiệm và các giá trị của Motor, nhận được:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \ddot{p} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -15.14 & -3.04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 37.23 & 31.61 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ \dot{p} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 3.39 \\ 0 \\ -8.33 \end{pmatrix} V$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ \dot{p} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

3. Thiết kế bộ điều khiển



Hình 2. Sơ đồ khối bộ điều khiển

Bộ điều khiển hồi tiếp để cân bằng con lắc được thiết kế dùng phương pháp điều khiển tối ưu LQR. Trong thiết kế LQR, ma trận K cho luật điều khiển hồi tiếp trạng thái tuyến tính $V = -Kx$ được tính toán bằng cách tối ưu hóa hàm [5]:

$$J = \int_0^{\infty} x(t)^T Q x(t) + v(t)^T R v(t) dt \quad (7)$$

Trong đó Q và R là các thông số trọng lượng. Trong bài toán này, các thông số trọng lượng được chọn (để đảm bảo các yêu cầu thiết kế như tốc độ đáp ứng, lỗi trạng thái bền...) là:

$$Q = \begin{pmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = 1$$

Bằng cách dùng Matlab[5], nhận được:

$$K = (-99.0916 \quad -64.4448 \quad -180.6568 \quad -30.5668) \quad (8)$$

Với ma trận K và luật điều khiển $V = -Kx$, hệ được ổn định quanh điểm làm việc.

4. Ước lượng biến trạng thái

Trong tính toán ở trên, giả sử tất cả các biến trạng thái đều được đo lường ($p; \dot{p}; \theta; \dot{\theta}$). Tuy nhiên trong thực tế, để đơn giản chỉ hai sensors được sử dụng để đo vị trí của xe và góc lệch của con lắc. Vì vậy các biến trạng thái khác phải được ước lượng, hay còn gọi là dùng bộ quan sát (Observer). Ma trận Quan sát được thiết kế theo phương pháp LQR tương tự với phương pháp thiết kế ở trên, trong trường hợp này các thông số trọng lượng được chọn:

$$Q = \begin{pmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bằng cách dùng Matlab[5], nhận được:

$$L = \begin{pmatrix} 0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0015 & 0.9999 & 0.0490 \end{pmatrix} \quad (9)$$

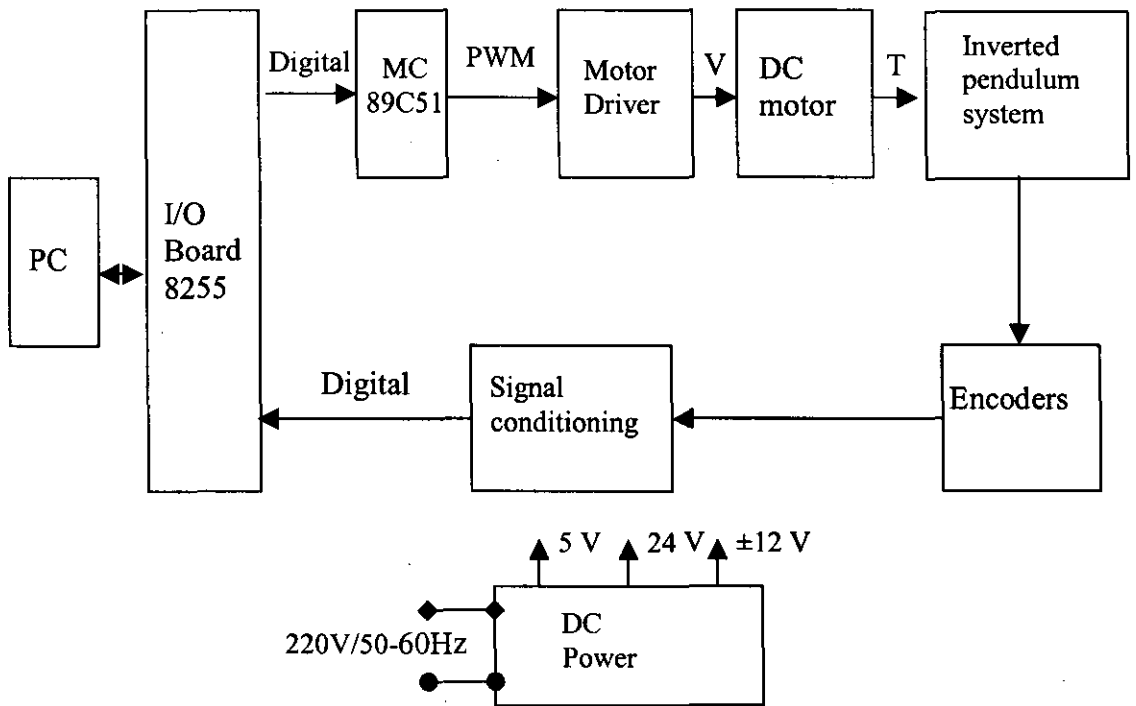
Bởi vì bộ quan sát dựa trên hệ tuyến tính hóa, nó chỉ hiệu quả trong việc đánh giá biến trạng thái khi hệ con lắc gần vị trí cân bằng. Vì vậy một bộ lọc thông thấp được dùng để đánh giá hai biến trạng thái được đo: vận tốc của xe và vận tốc góc của con lắc. Bộ lọc sau được chọn cho phương pháp đánh giá này (dựa trên băng thông, tốc độ đáp ứng của hệ thiết kế):

$$G(s) = \frac{50s}{s+50} \quad (10)$$

5. Kết luận

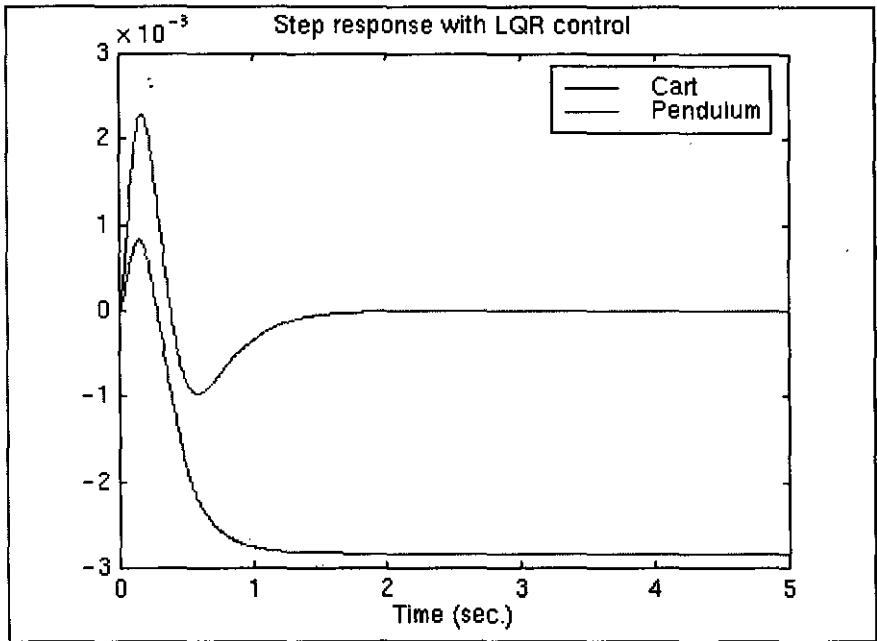
Sau khi đã thiết kế, bước tiếp theo là mô phỏng hệ trước khi tiến hành thực hiện trên thiết bị thực. Để mô phỏng hệ thống, ở đây chọn phần mềm Simulink/ Matlab. Với phần mềm này, cho phép xác định một số thông số của hệ như tốc độ đáp ứng, lỗi trạng thái bền... Với các thông số thiết kế ở trên, sau khi mô phỏng hệ đáp ứng được các yêu cầu thiết kế.

Có nhiều phương pháp để thực hiện bài toán như dùng Microprocessor, hay PC. Ở đây, các tác giả sử dụng phương pháp điều khiển PC. Các tín hiệu hồi tiếp từ sensors được đưa vào máy tính qua cổng song song, thuật toán điều khiển được viết bằng ngôn ngữ C chạy trên môi trường DOS (để đảm bảo thời gian thực). Tín hiệu ra từ cổng song song được dùng để điều khiển motor. Tuy nhiên việc mô tả chi tiết vượt quá khuôn khổ của bài báo này.



Hình 3. Sơ đồ ghép nối với máy tính

Kết quả thí nghiệm cho thấy hệ làm việc ổn định (hình 4). Điều này cho thấy ưu điểm của phương pháp thiết kế hệ điều khiển tối ưu (LQR) so với các phương pháp điều khiển thông thường khác như điều khiển PID hay điều khiển hồi tiếp không gian trạng thái thông thường (Pole Placement Design).



Hình 4. Đáp ứng với đầu vào xung

Tuy nhiên, vì trong quá trình xây dựng mô hình toán học của hệ chúng ta dùng phương pháp tuyến tính hóa hệ thống. Vì vậy hệ tuyến tính thu được có một sai số nhất định, và hệ chỉ làm việc khi con lắc ở xung quanh vị trí cân bằng. Công việc tiếp theo sẽ là bài toán tính toán thiết kế hệ với các thông số nhiễu và sẽ được đề cập trong bài báo sau.

Nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn Prof. Dr. Manukid Parnikun, Dr. Hoàng Hùng Mạnh đã giúp đỡ trong suốt quá trình thiết kế và thử nghiệm hệ thống tại phòng Mechatronic Lab - Asian Institute of Technology. Nhóm tác giả cũng chân thành cảm ơn Khoa Điện - Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp Thái Nguyên đã giúp đỡ để bài báo này được hoàn thành trong thời gian sớm nhất.

Tài liệu tham khảo

- [1]. ASTROM, K.J. AND K. FURUTA, (2000), "Swinging up a Pendulum by Energy Control", *Automatica*, Vol. 36, p35-41.
- [2]. SMITH, (12/2003), R. S, *ECE 147b/ECE 238 Course Webpages*, <http://www.ccec.ece.ucsb.edu/people/smith/>, retrieved .
- [3]. EKER, J, AND K.J. ASTROM, (1996), "A Nonlinear Observer for the Inverted Pendulum", 8th IEEE Conference on Control Application, p49-53.
- [4]. CHUNG, C.C. AND J. HAUSER, (1995), "Nonlinear Control of a Swinging Pendulum", *Automatica*, Vol. 31, p87-94.
- [5]. JONH J. D'AZZO AND CONCTANTINE H. HOUPIS, (1995), "Linear Control System Analyis and Design" Mcgraw-Hill, 654p.