ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐOÀN TRUNG KIÊN

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT HỖN HỢP

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐOÀN TRUNG KIÊN

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT HỖN HỢP

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

GS.TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN

THÁI NGUYÊN - 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi. Các kết quả nêu trong luận văn là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Thái Nguyên, tháng 02 năm 2015

Tác giả

Đoàn Trung Kiên

LỜI CẢM ƠN

Luận văn được thực hiện và hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn khoa học của **GS.TSKH. Nguyễn Xuân Tấn**. Trước tiên, tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy giáo, người hướng dẫn khoa học của mình, GS.TSKH.Nguyễn Xuân Tấn, người đã đặt bài toán và tận tình hướng dẫn trong suốt quá trình nghiên cứu của tôi. Đồng thời tôi cũng chân thành cảm ơn các thầy cô giáo trong khoa Toán, sau Đại học - Trường Đại học Thái Nguyên, đã tạo mọi điều kiện cho tôi để tôi có thể hoàn thành bản luận văn này. Tôi cũng gửi lời cảm ơn đến các bạn trong lớp Cao học Toán K21, đã chia sẻ, động viên và giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và làm luận văn.

Tôi cũng vô cùng biết ơn Bố, mẹ, anh, chị, em trong gia đình của mình, đã cảm thông chia sẻ cùng tôi trong hai năm qua để tôi có thể học tập và hoàn thành luận văn này.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 02 năm 2015

Tác giả

Đoàn Trung Kiên

MỤC LỤC

BẢNG KÝ HIỆU VÀ VIẾT TẮT

Trong luận án này ta dùng những kí hiệu với ý nghĩa xác định dưới đây:

$\mathbb{N}^*$	Tập hợp các số tự nhiên khác không
X^*	Không gian đối ngẫu của X
$\mathbb{Q}$	Tập hợp các số hữu tỷ
$\mathbb{R}$	Tập hợp các số thực
$\mathbb{R}_+$	Tập hợp các số thực không âm
$\mathbb{R}_-$	Tập hợp các số thực không dương
$\mathbb{R}^n$	Không gian vecto Euclid n – chiều
$\mathbb{R}^n_+$	Tập hợp các vecto có các thành phần không âm của không gian $\mathbb{R}^n$
$\mathbb{R}^n_-$	Tập hợp các vecto có các thành phần không dương của không gian $\mathbb{R}^n$
2^X	Tập các tập con của tập hợp X
$\langle \xi, x \rangle$	Giá trị của $\xi \in X^*$ tại $x \in X$
$i = \overline{1, n}$	$i = 1,2, \dots n$
$\{x_\propto\}$	Dãy suy rộng
$x_n \rightharpoonup x$	x_n hội tụ yếu tới x
$\emptyset$	Tập rỗng
$\exists X$	Tồn tại X
$\forall x$	Mọi x
$F: X \to 2^Y$	Ánh xạ đa trị từ tập X vào tập Y
$domF$	Miền định nghĩa của ánh xạ F
GrF	Đồ thị của ánh xạ đa trị F
C'	Nón đối ngẫu của nón C
C'^{+}	Nón đối ngẫu chặt của nón C
C'^{-}	Nón đối ngẫu yếu của nón C
$A \subseteq B$	A là tập con của B
$A \nsubseteq B$	A không là tập con của B

$A \cup B$	Hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	Giao của hai tập hợp A và B
$A \setminus B$	Hiệu của hai tập hợp A và B
$A + B$	Tổng đại số của hai tập hợp A và B
$A \times B$	Tích Descartes của hai tập hợp A và B
coA	Bao lồi của tập A
$coneA$	Bao nón lồi của tập hợp A
$coneM$	Nón sinh bởi tập M
clA	Bao đóng topo của tập hợp A
$intA$	Phần trong topo của tập hợp A
$F: X \rightrightarrows Y$	Ánh xạ đa trị từ X vào Y
KKM	Tên của ba nhà toán học Knater, Kuratowski và Mazurkiewicz
$(MGQEP)$	Bài toán tựa cân bằng tổng quát hỗn hợp
■	Kết thúc chứng minh

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Từ xưa toán học người ta đã quan tâm đến những bài toán tìm các giá trị lớn nhất (cực đại) hay nhỏ nhất (cực tiểu), gọi là các bài toán tối ưu. Sau đó có rất nhiều công trình đã được nghiên cứu và ứng dụng trong nhiều lĩnh vự khác nhau của các ngành khoa học kỳ thuật cũng như thực tế như: Borel (1921), Von Neuman (1926) đã xây dựng lý thuyết trò chơi dựa trên các khái niêm và kết quả toán học, Koopmam (1947) đã đưa ra lý thuyết lưu thông hàng hóa. Lý thuyết cân bằng là bộ phận quan trọng vủa lý thuyết tối ưu. Sau những công trình của H.W.Kuhn và A.W.Tucker về các điền kiện cần và đủ cho một véc tơ thỏa mãn các ràng buộc là nghiệm hữu hiệu, tối ưu véc tơ thực sự là một ngành toán học độc lập và có nhiều ứng dụng trong thực tế. Các bài toán cơ bản trong lý thuyết tối ưu véc tơ bao gồm: Bài toán tối ưu, bài toán cân bằng Nash, bài toán bù, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa...

Trong kinh tế, bài toán điểm cân bằng được biết đến từ lâu bởi cấc công trình của Arrow- Debreu, Nash sau đó được nhiều nhà toán học sử dụng để xây dựng những mô hình kinh tế từ nửa sau thế kỷ 20. Ky Fan (1972) trong [7] và Browder- Minty (1968) trong [4] dã phát biểu và chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán điểm cân bằng dựa trên các định lý điểm bất động. Năm 1991, Blum và Oettli [3] đã phát biểu bài toán cân bằng một cách tổng quát và tìm cách liên kết bài toán của Ky Fan và Browder- Minty với nhau thành dạng chung cho cả hai. Bài toán được phát biểu ngắn gọn là: Tìm $\bar{x} \in D$ sao cho $f(\bar{x}, x) \geq 0$ với mọi $x \in D$, trong đó D là tập cho trước của không gian, $f: D \times D \to R$ là hàm số thực thỏa mãn $f(x, x) \geq 0$. Đây là dạng suy rộng trực tiếp của các bài toán trong lý thuyết tối ưu vô hướng.

Ban đầu, người ta nghiên cứu những bài toán liên quan đến ánh xạ đơn trị từ không gian hữu hạn chiều này sang không gian hữu hạn chiều khác mà thứ tự được đưa ra bởi nón orthant dương. Sau đó mở rộng sang không gian có số chiều vô hạn với nón bất kỳ. Khái niệm về ánh xạ đa trị đã được xây dựng và phát triển do yêu cầu phát triển của bản thân toán học và các lĩnh vực khoa học khác. Những định nghĩa, tính chất, sự phân lớp của ánh xạ đơn trị dần được mở rộng cho ánh xạ đa trị. Từ đó người ta tìm cách chứng minh các kết quả tương tự như các kết quả đã biết từ đơn trị. Chính vì vậy mà bài toán điểm cân bằng trong những năm gần đây được nhiều nhà nghiên cứu toán học đặc biệt quan tâm. Vì lí do trên tôi chọn đề tài: "Bài toán tựa cân bằng tổng quát hỗn hợp".

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích chính của luận văn này là trình bày một số kết quả của bài toán cân bằng tổng quát hỗn hợp.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn tập trung vào các nhiệm vụ sau đây:

Trình bày một số kiến thức cơ bản của giải tích đa trị, một số tính chất của ánh xạ đa trị và các phép toán.

Trình bày Bài toán tựa cân bằng tổng quát hỗn hợp và các vấn đề liên quan đến chúng trong lý thuyết tối ưu đa trị.

4. Bố cục của luận văn

Ngoài phần mở đầu, phần kết luận và tài liệu tham khảo, luận văn được trình bày gồm 2 chương.

Chương 1 trình bày một số khái niệm về ánh xạ đa trị, tính liên tục theo nón và một số định lý điểm bất động làm công cụ chứng minh các kết quả trong chương 2.

Chương 2 trình bày bài toán tựa bao hàm biến phân hỗn hợp. Định lý 2.3.1, 2.3.2, và 2.3.4 cho ta kết quả về sự tồn tại nghiệm của bài toán. Các hệ quả 2.3.5, 2.3.6 chỉ ra sự tồn tại nghiệm của bài toán bao hàm thức tựa biến phân hỗn hợp.

Chương 1
KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1.1. Đặt vấn đề

Ngay từ đại học, ta đã làm quen với môn giải tích và lý thuyết tối ưu liên quan tới các hàm số, tức là hàm từ một tập vào một số. Trong thực tế, ta thường gặp các bài toán liên quan tới các ánh xạ từ một tập vào một phần tử của không gian vecto tức là hàm vecto. Hơn vậy, có những bài toán chiếu một điểm của một tập vào một tập con, tức là ánh xạ đa trị. Muốn nghiên cứu những bài toán này, ta phải nghiên cứu nón và tính liên tục của các hàm vecto và ánh xạ đa trị. Vì vậy, mục tiêu của chương này ta nghiên cứu về các kiến thức cơ bản của giải tích đa. Chương này được viết dựa trên cơ sở của chương 1 trong cuốn sách [1].

1.2. Nón và các khái niệm liên quan

Trong cuộc sống hay trong khoa học, toán học, bất kì bài toán nào đều được đặt ra trong một thời điểm nhất định với một lí do nào đó. Chính vì vậy để mở rộng bài toán nhận giá trị thực sang bài toán nhận giá trị véc tơ và đa trị người ta đưa vào một số khái niệm tương tự như trong số thực, số phức trong không gian tô pô tuyến tính để nghiên cứu. Một trong những khái niệm đó là nón.

Định nghĩa 1.2.1. Cho Y là không gian tuyến tính và C là tập con trong Y. C được gọi là nón có đỉnh tại gốc (gọi ngắn gọn là nón) trong Y nếu $tc \in C$ với mọi $c \in C, t \geq 0$. (được gọi là nón cố định tại x, nếu $C - x$ là nón có đỉnh tại 0

Nón C được gọi là nón lồi nếu C là tập lồi. Nếu Y là không gian tô pô tuyến tính và C là nón trong Y, ký hiệu $clC, intC, convC$ là bao đóng, phần trong và bao lồi của nón $C, l(C) = C \cap (-C)$. khi nghiên cứu các bài toán liên quan đến nón, người ta thường quan tâm đến các loại nón sau:

i. Nón C gọi là nón đóng nếu C là tập đóng.

ii. Nón C gọi là nón nhọn nếu $l(C) = \{0\}$.