ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM
==========

TRẦN THỊ HƯƠNG

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG LOẠI I VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2010

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC
==========

TRẦN THỊ HƯƠNG

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG LOẠI I VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

Chuyên ngành: TOÁN GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2010

Mục lục

Lời nói đầu

Bài toán điểm cân bằng được hình thành từ khái niệm điểm hữu hiệu mà Edgeworth và Pareto đề xướng từ cuối thế kỷ 19. Sau đó nó được nhiều nhà toán học như Debreu, Nash,... sử dụng để xây dựng những mô hình kinh tế mà trong những năm cuối thế kỷ 20, nhiều nhà kinh tế trên thế giới quan tâm khai thác. Để chứng minh sự tồn tại điểm cần bằng của mô hình kinh tế, đầu tiên người ta thường sử dụng các định lý bất động kiểu Brouwer [4], Katutani [11], KyFan [8], Browder [5],... Sau này, người ta đã chỉ ra rằng định lý điểm bất động Brouwer tương đương với định lý về sự tương giao hữu hạn của các tập compact, định lý không tương thích của Hoàng Tụy [22] và định lý KKM [12]. Như vậy người ta đã tìm ra nhiều phương pháp khác nhau để chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán. Năm 1972 Ky Fan [7] và năm 1978 Brower-Minty [18] đã phát biểu bài toán một cách tổng quát và chứng minh sự tồn tại nghiệm của nó với những giả thiết khác nhau. Kết quả của Ky Fan nặng về tính nửa liên tục trên, còn kết quả của Brower-Minty nặng về tính đơn điệu của hàm số. Năm 1991, Blum và Oettli [3] đã phát biểu bài toán cân bằng tổng quát và tìm cách liên kết các bài toán của Ky Fan và Brower-Minty với nhau thành dạng chung cho cả hai. Các tác giả đã chứng minh sự tồn tại nghiệm của bài toán này dựa trên nguyên lý KKM.

Bài toán điểm cân bằng bao gồm các bài toán tối ưu, bất đẳng thức biến phân, điểm bất động, bài toán bù, bài toán điểm yên ngựa, bài toán cân bằng Nash. Bài toán này đã được N. X. Tấn, Phan Nhật Tĩnh [23] và J. Lin [13] mở rộng cho trường hợp véctơ và đa trị, hơn nữa nó còn mở rộng cho các bài toán bao hàm thức tựa biến phân, bài toán tựa cân bằng, bài toán quan hệ biến phân. Trong luận văn này ta trình bày sự mở rộng của bài toán trên cho lớp bài toán tựa cân bằng tổng quát loại I và các ứng dụng của nó.

Về bố cục, ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo luận văn gồm 3 chương:

Chương 1: Trình bày một số khái niệm và tính chất cơ bản của nón, khái niệm và các tính chất của ánh xạ đa trị, các phép tính về ánh xạ đa trị, tính liên tục và liên tục theo nón của ánh xạ đa trị, tính lồi theo nón của ánh xạ đa trị và một số định lý điểm bất động của ánh xạ đa trị cần dùng tới trong luận văn này.

Chương 2: Trình bày về bài toán tựa cân bằng tổng quát loại I và một số bài toán liên quan như: bài toán tựa cân bằng vô hướng, bài toán tựa cân bằng lý tưởng trên, bài toán bao hàm tựa biến phân véctơ tổng quát và xét sự tồn tại nghiệm của chúng.

Chương 3: Trình bày về bài toán tựa tối ưu, bài toán quan hệ tựa biến phân, bài toán bao hàm tựa biến phân lý tưởng trên và sự tồn tại nghiệm của chúng cũng như mối quan hệ của bài toán tựa cân bằng tổng quát loại I với các bài toán khác.

Luận văn được hoàn thành dưới sự hướng dẫn chỉ bảo tận tình, chu đáo của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Qua đây, tôi xin gửi lời cảm ơn sâu sắc đến thầy về sự giúp đỡ nhiệt tình của thầy trong suốt quá trình tôi thực hiện luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu Trường Cao đẳng Kinh tế - kỹ thuật cùng toàn thể các bạn đồng nghiệp trong trường đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Tôi cũng xin được gửi lời cảm ơn chân thành tới trường ĐHSP Thái Nguyên, Khoa Toán, các thầy cô trong trường đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi thực hiện tốt kế hoạch học tập của mình.

Cuối cùng, tôi xin được bày tỏ sự biết ơn tới gia đình tôi đã luôn bên cạnh ủng hộ động viên và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi được học tập và hoàn thành luận văn này.

Do điều kiện thời gian và khả năng bản thân nên luận văn không thể tránh khỏi những thiếu sót. Vì vậy tôi rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của các thầy cô và các bạn để luận văn được hoàn thiện hơn.

Chương 1

Kiến thức cơ bản của giải tích đa trị

Trong chương này, ta trình bày một số kiến thức cơ sở về giải tích lồi như tập lồi, nón lồi, khái niệm và các tính chất của ánh xạ đa trị, tính liên tục theo nón của ánh xạ đa trị, tính lồi theo nón của ánh xạ đa trị và một số định lý điểm bất động. Những kiến thức này phục vụ cho việc nghiên cứu các bài toán ở chương sau.

1.1 Tập lồi và các tính chất

Định nghĩa 1.1.1. Giả sử X là không gian tuyến tính. Tập $A \subset X$ được gọi là lồi nếu với mọi $x_1, x_2 \in A, t \in [0, 1]$ thì $tx_1 + (1 - t)x_2 \in A$.

Ví dụ 1.1.2. Các hình tam giác, các hình tròn trong mặt phẳng và hình cầu đơn vị trong không gian Banach là các tập lồi.

Mệnh đề 1.1.3. *Các khẳng định sau là đúng:*

(i) Giao của một họ bất kỳ các tập lồi là tập lồi;

(ii) Tích đề các của các tập lồi là tập lồi;

(iii) Tập ảnh và ảnh ngược của một tập lồi qua ánh xạ tuyến tính là tập lồi;

(iv) Với A, B là các tập lồi và $t \in R$ thì $tA, A + B$ là các tập lồi, với

$$tA = \{c = ta \mid a \in A\};$$
$$A + B = \{c = a + b \mid a \in A, b \in B\}.$$

Cho A là tập con khác rỗng trong không gian tuyến tính X. Ta kí hiệu $intA, \overline{A}$ là phần trong và bao đóng của A.

Mệnh đề 1.1.4. *Cho $A \subset X$ là tập lồi với $intA \neq \phi$. Khi đó, các khẳng định sau là đúng:*

(i) $intA, \overline{A}$ là các tập lồi;

(ii) Với $x \in intA, y \in A$ ta có

$$[x, y) = \{tx + (1 - t)y \mid 0 < 1 \leq 1\} \subset intA;$$

(iii) $\overline{A} = \overline{intA}$;

(iv) $int(\overline{A}) = intA$.

Định nghĩa 1.1.5. Cho $A \subset X$ và n điểm $x_1, ..., x_n \in A$. Điểm $x = \sum\limits_{i=1}^{n} t_i x_i$, với $t_i \geq 0 (i = 1, 2, ..., n)$ thỏa mãn $\sum\limits_{i=1}^{n} t_i = 1$, được gọi là một tổ hợp lồi của các điểm $x_1, ..., x_n$.

Định nghĩa 1.1.6. Bao lồi của tập A, kí hiệu bởi coA là giao của tất cả các tập lồi chứa A. Bao lồi đóng của tập A, ký hiệu bởi $\overline{co}A$ là giao của tất cả các tập lồi đóng chứa A.

Từ định nghĩa trên ta thấy coA là tập lồi đó là tập lồi nhỏ nhất chứa A, $\overline{co}A$ là tập lồi đóng đó là tập lồi đóng nhỏ nhất chứa A.

Mệnh đề 1.1.7. *Các khẳng định sau là đúng:*

(i) coA trùng với tất cả các tổ hợp lồi trong A;

(ii) $\overline{coA} = \overline{co}A$.

1.2 Nón và các khái niệm liên quan

Giả sử Y là không gian tuyến tính. Ta nhắc lại các khái niệm về nón như sau.

Định nghĩa 1.2.1. Tập $C \subset Y$ được gọi là nón có đỉnh tại gốc trong Y nếu $tc \in C$ với mọi $c \in C, t \geq 0$. Tập $C \subset Y$ được gọi là nón có đỉnh tại y_0 nếu tập $C - \{y_0\}$ là nón có đỉnh tại gốc.

Trong luận văn này, ta chỉ quan tâm đến nón có đỉnh tại gốc và gọi ngắn gọn là nón. Nón C được gọi là nón lồi nếu C là tập lồi, nón C được gọi là nón đóng nếu C là tập đóng. Trong trường hợp Y là không gian tôpô tuyến tính và C là nón trong Y, ta kí hiệu $clC, intC, convC$ lần lượt là bao đóng, phần trong và bao lồi của nón C. Kí hiệu $l(C) = C \cap (-C)$, ta thấy rằng: Nếu C là nón lồi thì $l(C)$ là không gian con tuyến tính nhỏ nhất nằm trong C và nó được gọi là phần trong tuyến tính của nón C. Ta có các khái niệm sau về nón

(i) Nón C được gọi là nón nhọn nếu $l(C) = \{0\}$;

(ii) Nón C được gọi là nón sắc nếu bao đóng của nó là nón nhọn;

(iii) Nón C được gọi là nón đúng nếu $cl(C) + C \setminus l(C) \subset C$.

Ta thấy rằng nếu C là nón đóng thì C là nón đúng.

Mệnh đề 1.2.2. *Các khẳng định sau là tương đương*

(i) C là nón lồi;

(ii) $C + C \subset C$ và $tC \subset C$, với mọi $t \geq 0$.

Với nón C cho trước trong Y, ta định nghĩa quan hệ thứ tự trên Y như sau: $x, y \in Y, x \geq_C y$ nếu $x - y \in C$. Nếu không có sự nhầm lẫn, ta có thể viết đơn giản là $x \geq y$.

Cho $x, y \in Y$, ta kí hiệu $x > y$ nếu $x - y \in C \setminus l(C)$ và $x >> y$ nếu $x - y \in int(C)$.