PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH THÔNG QUA VIỆC KHAI THÁC KẾT QUẢ BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC

TS. Trần Việt Cường - *Trường ĐHSP - Đại học Thái Nguyên*

ThS. Lê Hồng Quang - *Trường THPT Xuân Giang, Sóc Sơn, Hà Nội*

SUMMARY

Though inequality problems are difficult in high school, they contain great potential in motivating creative ability for pupils. In this article, we explore this prospect through exploiting an inequality.

Keywords: *Inequality, pupils, high school.*

Ngày nhận bài: 22/03/2015; Ngày duyệt đăng: 15/04/2015.

1. Đặt vấn đề

Sáng tạo là tạo ra những giá trị mới về vật chất hoặc tinh thần hay tìm ra những cái mới, cách giải quyết mới và không bị gò bó, phụ thuộc vào cái đã có và tư duy sáng tạo là khả năng tìm thấy những ý nghĩa mới, mối quan hệ mới, là năng lực chứa đựng sự khám phá, sự phát minh, sự đổi mới,... Tư duy sáng tạo bao gồm năm thành tố cơ bản: tính mềm dẻo; tính nhuần nhuyễn; tính độc đáo; tính hoàn thiện và tính nhạy cảm vấn đề. Trong các thành tố này thì tính mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo là ba tính chất cơ bản của tư duy sáng tạo.

Bất đẳng thức (BĐT) là một dạng toán khó trong chương trình phổ thông, thường được sử dụng để phân loại học sinh (HS) khá, giỏi. Đây là dạng toán chứa tiềm năng lớn trong việc phát triển khả năng tư duy sáng tạo cho HS.

2. Nội dung nghiên cứu

Bài toán mở đầu: Với a, b, c > 0, chứng minh:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2}+\frac{b^3}{b^2+c^2}+\frac{c^3}{c^2+a^2}\ge\frac{a+b+c}{2}$$

Lời giải: Ta có:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2}=a-b\frac{ab}{a^2+b^2}\ge a-b\frac{\frac{a^2+b^2}{2}}{a^2+b^2}=a-\frac{b}{2}$$

Tương tự, ta được: $\dfrac{b^3}{b^2+c^2}\ge b-\dfrac{c}{2}$,

$$\frac{c^3}{c^2+a^2}\ge c-\frac{a}{2}$$

Cộng các BĐT trên ta được BĐT cần chứng minh.

Bài toán mở đầu là một bài toán BĐT khó. Sử dụng BĐT này chúng ta dễ dàng chứng minh được bài toán 1 dưới đây:

Bài toán 1: Với $a,b,c>0;\alpha,\beta,\gamma\ge 0$, chứng minh:

$$a\left[\frac{a^2+(1-\alpha)b^2}{a^2+b^2}\right]+b\left[\frac{b^2+(1-\beta)c^2}{b^2+c^2}\right]+c\left[\frac{c^2+(1-\gamma)a^2}{c^2+a^2}\right]\ge\left(1-\frac{\gamma}{2}\right)a+\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)b+\left(1-\frac{\beta}{2}\right)c$$

Lời giải: Ta có

$$a\left[\frac{a^2+(1-\alpha)b^2}{a^2+b^2}\right]=a-\alpha b\frac{ab}{a^2+b^2}$$

$$\ge a-\frac{\alpha b}{2}\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=a-\frac{\alpha b}{2}$$

Tương tự, ta được:

$$b\left[\frac{b^2+(1-\beta)c^2}{b^2+c^2}\right]\ge b-\frac{\beta c}{2}\quad \text{và}$$

$$c\left[\frac{c^2+(1-\gamma)a^2}{c^2+a^2}\right]\ge c-\frac{\gamma a}{2}$$

Cộng các BĐT trên ta được BĐT cần chứng minh.

Từ bài toán 1, chọn $\alpha=\beta=\gamma=4$, ta được bài toán 2 như sau:

Bài toán 2: Với $a,b,c>0$, chứng minh:

$$a\left(\frac{3b^2-a^2}{b^2+a^2}\right)+b\left(\frac{3c^2-b^2}{c^2+b^2}\right)+c\left(\frac{3a^2-c^2}{a^2+c^2}\right)\le a+b+c$$

Xuất phát từ bài toán mở đầu, ta đã xây dựng được bài toán 1 rất có ý nghĩa. Bằng việc đặc biệt bài toán mới. Tuy nhiên, các bài toán đó mới chỉ là những thay đổi về hệ số mà chưa có sự thay đổi về biểu thức (làm được điều này ta sẽ được các bài toán mới hay và khó hơn). Ta xét một cách thay đổi biểu thức ở mẫu như sau:

Với $\alpha \geq 0$, ta có:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2+\alpha ab} \geq \frac{a^3}{a^2+b^2+\frac{\alpha}{2}\left(a^2+b^2\right)} = \frac{2}{\alpha+2}.\frac{a^3}{a^2+b^2}$$

Tương tự, ta có:

$$\frac{b^3}{b^2+c^2+\alpha bc} \geq \frac{2}{\alpha+2}.\frac{b^3}{b^2+c^2} \text{ và}$$

$$\frac{c^3}{c^2+a^2+\alpha ca} \geq \frac{2}{\alpha+2}.\frac{c^3}{c^2+a^2}$$

Cộng các BĐT trên và áp dụng bài toán mở đầu, ta được bài toán 3 dưới đây:

Bài toán 3: Với $a,b,c>0, \alpha \geq 0$, chứng minh:

$$Q = \frac{a^3}{a^2+b^2+\alpha ab} + \frac{b^3}{b^2+c^2+\alpha bc} + \frac{c^3}{c^2+a^2+\alpha ca}$$
$$\geq \frac{2}{\alpha+2}.\frac{a+b+c}{2}$$

Lời giải: Ta có

$$Q \geq \frac{2}{\alpha+2}\left(\frac{a^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3}{c^2+a^2}\right)$$
$$\geq \frac{2}{\alpha+2}.\frac{a+b+c}{2}$$

Từ bài toán 3, chọn $\alpha = \frac{1}{abc} > 0$, ta được bài toán 4 dưới đây:

Bài toán 4: Với $a,b,c>0$, chứng minh:

$$\frac{ca^3}{c\left(a^2+b^2\right)+1} + \frac{ab^3}{a\left(b^2+c^2\right)+1} + \frac{bc^3}{b\left(c^2+a^2\right)+1}$$
$$\geq abc\left(\frac{a+b+c}{1+2abc}\right)$$

Việc xây dựng và mở rộng các bài toán ở trên đều theo hướng sử dụng BĐT AM-GM cho hai số dương ở biểu thức phân thức bằng cách khéo léo chọn các hệ số, thêm bớt các biểu thức. Các bài toán trên được mở rộng bằng cách đưa thêm hệ số vào biến và cộng thêm biểu thức chứa biến. Một hướng để mở rộng kết quả của một bài toán nữa là chúng

Với sự kết hợp BĐT AM-GM như trên ta tiếp tụ rộng kết quả của bài toán mở đầu theo hướng bậc của các biến và được bài toán 5 như sau:

Bài toán 5: Với a, b, c > 0, chứng minh:

$$\frac{a^5}{a^4+b^4} + \frac{b^5}{b^4+c^4} + \frac{c^5}{c^4+a^4} + \frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b} +\right.$$
$$\geq a+b+c$$

Lời giải: Ta có:

$$\frac{a^5}{a^4+b^4} = a - \frac{b^2}{a}.\frac{a^2b^2}{a^4+b^4} \geq a - \frac{b^2}{2a}\frac{a^4+b^4}{a^4+b^4} = a -$$

Tương tự, ta được: $\frac{b^5}{b^4+c^4} \geq b - \frac{c^2}{2b}$

$$\frac{c^5}{c^4+a^4} \geq c - \frac{a^2}{2c}.$$

Cộng các BĐT trên ta được điều phải c minh.

Với cách nâng bậc các biến của bài toán mở ta được bài toán 5; tuy nhiên ở vế phải khi đó cộng thêm một biểu thức chứa căn bậc hai. Để mất biểu thức này, ta có thể sử dụng kỹ thuật tác thêm bớt phù hợp trong việc áp dụng bất đẳng AM - GM. Cụ thể:

$$\frac{a\left(a^3+b^3\right)}{a^3+2b^3} = a - \frac{ab^3}{a^3+2b^3}$$
$$\geq a - b\frac{\frac{a^3+b^3+b^3}{3}}{a^3+2b^3} = a - \frac{b}{3}$$

Tương tự, ta được: $\frac{b\left(b^3+c^3\right)}{b^3+2c^3} \geq b - \frac{c}{3}$

$$\frac{c\left(c^3+a^3\right)}{c^3+2a^3} \geq c - \frac{a}{3}$$

Cộng các BĐT trên ta được bài toán 6 như s

Bài toán 6: Với a, b, c > 0, chứng minh:

$$\frac{a\left(a^3+b^3\right)}{a^3+2b^3} + \frac{b\left(b^3+c^3\right)}{b^3+2c^3} + \frac{c\left(c^3+a^3\right)}{c^3+2a^3} \geq \frac{2}{3}(a+b+$$

Bằng kỹ thuật cộng thêm biểu thức ở dưới tương tự như ở bài toán 3 và kết hợp với bài toán có thể xây dựng bài toán mới, cụ thể như sau:

Với $\alpha > 0$, ta có:

$$\frac{\ldots}{a^3+2b^3+\alpha ab^2} \geq \frac{\ldots}{a^3+2b^3+\frac{\alpha}{3}\left(a^3+2b^3\right)}$$

$$=\frac{3}{3+\alpha}\cdot\frac{a\left(a^3+b^3\right)}{a^3+2b^3}$$

Tương tự, ta được:

$$\frac{b\left(b^3+c^3\right)}{b^3+2c^3+\alpha bc^2} \geq \frac{3}{3+\alpha}\cdot\frac{b\left(b^3+c^3\right)}{b^3+2c^3} \text{ và}$$

$$\frac{c\left(c^3+a^3\right)}{c^3+2a^3+\alpha ca^2} \geq \frac{3}{3+\alpha}\cdot\frac{c\left(c^3+a^3\right)}{c^3+2a^3}$$

Cộng các BĐT trên và kết hợp với bài toán số 6, ta được bài toán số 7 như sau:

Bài toán 7: Với $a,b,c,\alpha > 0$, chứng minh:

$$\frac{a\left(a^3+b^3\right)}{a^3+2b^3+\alpha ab^2}+\frac{b\left(b^3+c^3\right)}{b^3+2c^3+\alpha bc^2}+\frac{c\left(c^3+a^3\right)}{c^3+2a^3+\alpha ca^2}$$

$$\geq \frac{2}{3+\alpha}(a+b+c)$$

Từ bài toán 7, chọn $\alpha=\frac{1}{abc}$, ta được bài toán 8 dưới đây:

Bài toán 8: Với a, b, c > 0, chứng minh:

$$\frac{ac\left(a^3+b^3\right)}{c\left(a^3+2b^3\right)+b}+\frac{ab\left(b^3+c^3\right)}{a\left(b^3+2c^3\right)+c}+\frac{cb\left(c^3+a^3\right)}{b\left(c^3+2a^3\right)+a}$$

$$\geq \frac{2abc(a+b+c)}{1+3abc}$$

Với kỹ thuật xây dựng tương tự như ở bài toán 5, ta có:

$$\frac{a^5}{a^2+b^2}=a^3-\frac{a^3b^2}{a^2+b^2} \geq a^3-a^2b\frac{a^2+b^2}{2\left(a^2+b^2\right)}$$

$$=a^3-\frac{a^2b}{2} \geq a^3-\frac{a^3+a^3+b^3}{6}=\frac{2}{3}a^3-\frac{b^3}{6}$$

Tương tự, ta được: $\frac{b^5}{b^2+c^2} \geq \frac{2}{3}b^3-\frac{c^3}{6}$ và

$$\frac{c^5}{c^2+a^2} \geq \frac{2}{3}c^3-\frac{a^3}{6}$$

Cộng các BĐT trên ta được bài toán 9 như sau:

Bài toán 9: Với a, b, c > 0, chứng minh:

$$\frac{\ldots}{a^2+b^2}+\frac{\ldots}{b^2+c^2}+\frac{\ldots}{c^2+a^2} \geq \frac{\ldots}{2}$$

Ta tiếp tục sử dụng kỹ thuật cộng biểu th... mẫu quen thuộc như đã dùng ở bài toán 3 và bài 7 đồng thời kết hợp với bài toán 9, ta có:

Với $\alpha>0$, ta có

$$\frac{a^5}{a^2+b^2+\alpha ab} \geq \frac{a^5}{a^2+b^2+\frac{\alpha}{2}\left(a^2+b^2\right)}=\frac{2}{\alpha+2}\Big(\ldots$$

Tương tự, ta có: $\frac{b^5}{b^2+c^2+\alpha bc} \geq \frac{2}{\alpha+2}\Big(\frac{b^5}{b^2+\ldots}$

và $\frac{c^5}{c^2+a^2+\alpha ca} \geq \frac{2}{\alpha+2}\left(\frac{c^5}{c^2+a^2}\right)$

Cộng các BĐT trên và kết hợp với bài toán ... ta được bài toán số 10 như sau:

Bài toán 10: Với $a,b,c,\alpha>0$, chứng min...

$$Q=\frac{a^5}{a^2+b^2+\alpha ab}+\frac{b^5}{b^2+c^2+\alpha bc}+\frac{c^5}{c^2+a^2+\alpha \ldots}$$

$$\geq \frac{1}{2+\alpha}\left(a^3+b^3+c^3\right)$$

Lời giải: Ta có

$$\frac{a^5}{a^2+b^2+\alpha ab} \geq \frac{a^5}{a^2+b^2+\frac{\alpha}{2}\left(a^2+b^2\right)}=\frac{2}{2+\alpha}\,\frac{a^5}{\ldots}$$

Suy ra, ta có:

$$Q \geq \frac{2}{2+\alpha}\left(\frac{a^5}{a^2+b^2}+\frac{b^5}{b^2+c^2}+\frac{c^5}{c^2+a^2}\right)$$

$$\geq \frac{2}{2+\alpha}\cdot\frac{a^3+b^3+c^3}{2}$$

Từ bài toán 10, chọn $\alpha=1$ ta được bài toá... dưới đây:

Bài toán 11: Với a,b,c > 0, chứng minh:

$$\frac{a^5}{a^2+b^2+ab}+\frac{b^5}{b^2+c^2+bc}+\frac{c^5}{c^2+a^2+ca} \geq \frac{a^3+\ldots}{\ldots}$$

Ở trên chúng ta đã mở rộng bài toán từ một bài toán cụ thể, với cách làm tương tự ta có thể ... rộng và xây dựng được nhiều bài toán khác. Các ... toán trên nếu đặt độc lập nhau thì để giải được ch... sẽ không hề đơn giản. Nhưng với cách tạo ra các ... toán như trên, chúng ta thấy các bài toán đó có quan hệ với nhau, có cùng phương phương pháp dựng và cách chứng minh. Dựa vào kỹ thuật ch...

minh các bài toán đó, chúng ta dễ dàng chứng minh được các bài toán tổng quát sau:

Bài toán tổng quát thứ 1: Cho $a,b,c>0; n\in N, n\geq 2$, chứng minh:

$$Q=\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2}+\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2}+\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2}\geq\frac{a^{2n-1}+b^{2n-1}+c^{2n-1}}{2}$$

Lời giải: Ta có:

$$\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2}=a^{2n-1}-\frac{ab}{a^2+b^2}a^{2n-2}b$$

$$\geq a^{2n-1}-\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}\frac{a^{2n-2}b}{2}=a^{2n-1}-\frac{a^{2n-2}b}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2}\geq a^{2n-1}-\frac{\dfrac{\overbrace{a^{2n-1}+\cdots+a^{2n-1}}^{2n-1\text{ số}}+b^{2n-1}}{2n-1}}{2}$$

$$=a^{2n-1}-\frac{(2n-2)a^{2n-1}+b^{2n-1}}{2(2n-1)}\geq\frac{na^{2n-1}}{2n-1}-\frac{b^{2n-1}}{4n-2}$$

Tương tự, ta có: $\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2}\geq\frac{nb^{2n-2}}{2n-1}-\frac{c^{2n-2}}{4n-2}$ và

$$\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2}\geq\frac{nc^{2n-2}}{2n-1}-\frac{a^{2n-2}}{4n-2}$$

Vậy, ta có:

$$Q\geq\frac{na^{2n-2}}{2n-1}-\frac{b^{2n-2}}{4n-2}+\frac{nb^{2n-2}}{2n-1}-\frac{c^{2n-2}}{4n-2}+\frac{nc^{2n-2}}{2n-1}-\frac{a^{2n-2}}{4n-2}$$

$$\geq\frac{(2n-1)}{4n-2}\left(a^{2n-2}+b^{2n-2}+c^{2n-2}\right)=\frac{a^{2n-2}+b^{2n-2}+c^{2n-2}}{2}$$

Bài toán tổng quát thứ 2: Cho $a,b,c,\alpha>0; n\in N, n\geq 2$, chứng minh:

$$Q=\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2+\alpha ab}+\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2+\alpha bc}+\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2+\alpha ca}$$

$$\geq\frac{1}{2+\alpha}\left(a^{2n-1}+b^{2n-1}+c^{2n-1}\right)$$

Lời giải: Ta có

$$\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2+\alpha ab}\geq\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2+\frac{\alpha}{2}\left(a^2+b^2\right)}=\frac{2}{2+\alpha}\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2}$$

Tương tự, ta có: $\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2+\alpha bc}\geq\frac{2}{2+\alpha}\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2}$

và $\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2+\alpha ca}\geq\frac{2}{2+\alpha}\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2}$

Suy ra $Q\geq\frac{2}{2+\alpha}\left(\frac{a^{2n+1}}{a^2+b^2}+\frac{b^{2n+1}}{b^2+c^2}+\frac{c^{2n+1}}{c^2+a^2}\right)$

$$\geq\frac{2}{2+\alpha}\frac{a^{2n-1}+b^{2n-1}+c^{2n-1}}{2}$$

Từ bài toán tổng quát thứ 2 ta thấy, với $n=1$ ta được bài toán 4; $n=2, \alpha=\frac{1}{abc}>0$ ta được bài toán 6; $n=2, \alpha=1$ ta được bài toán 1 như đã trình bày ở trên.

Bài toán tổng quát thứ 3: Cho $a,b,c>0; n\in N$, chứng minh rằng:

$$\frac{a^{n+1}}{a^n+b^n}+\frac{b^{n+1}}{b^n+c^n}+\frac{c^{n+1}}{c^n+a^n}+\frac{1}{2}\left(a^{1-\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}+b^{1-\frac{n}{2}}c^{\frac{n}{2}}+c^{1-\frac{n}{2}}a^{\frac{n}{2}}\right)$$

$$\geq a+b+c$$

Lời giải: Ta có $\frac{a^{n+1}}{a^n+b^n}=a-a^{1-\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}\frac{a^{\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}}{a^n+b^n}$

$$\geq a-\frac{a^{1-\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}}{2}\frac{a^n+b^n}{a^n+b^n}=a-\frac{a^{1-\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}}{2}$$

Tương tự, ta có: $\frac{b^{n+1}}{b^n+c^n}\geq b-\frac{b^{1-\frac{n}{2}}c^{\frac{n}{2}}}{2}$ và

$$\frac{c^{n+1}}{c^n+a^n}\geq c-\frac{c^{1-\frac{n}{2}}a^{\frac{n}{2}}}{2}$$

Cộng các BĐT trên ta thu được BĐT cần chứng minh.

Từ bài toán tổng quát thứ 3 ta thấy, với n=2 ta được bài toán mở đầu, với n=3 ta được bài toán 7, với n=4 ta được bài toán 8.

Với các bài toán tổng quát trên, chúng ta có thể đặc biệt hoá các bậc và hệ số của các biến, ta sẽ thu được một số lượng lớn các bài toán BĐT hay và khó.

3. Kết luận

Từ bài toán gốc với kỹ thuật xây dựng và chứng minh BĐT phân thức dạng hiệu bằng cách kết hợp với BĐT AM-GM cho hai số không âm, chúng ta có thể xây dựng được một hệ thống các bài toán BĐT mới. Ngoài ra, thông qua bài viết giúp HS thấy được các hướng mở rộng từ một bài toán cho trước bằng cách thêm bớt, tách các hệ số và biểu

(Xem tiếp trang 9)

lượng đào tạo SV ngành Giáo dục Tiểu học, chúng tôi đề xuất một số biện pháp như sau:

a. Bài giảng cần được thiết kế theo modul, có các vấn đề nghiên cứu xêmina thảo luận tại lớp, có các vấn đề tự nghiên cứu tại nhà và đa dạng các bài tập tiểu luận tự học dạng tích hợp nêu trên.

b. Tổ chức tiết dạy học trên lớp:

- Giảng viên không trình bày lại các kiến thức sẵn có trong giáo trình mà đó là nhiệm vụ của SV phải đọc trước ở nhà;
- Tổ chức chia nhóm chữa các bài tập vận dụng và xêmina các vấn đề tích hợp;
- Giảng viên giao các vấn đề nghiên cứu để chuẩn bị cho việc tích hợp kiến thức ở tiết học tiếp theo.

c. Cách đánh giá

- Cột điểm kiểm tra thường kỳ (nên chọn trọng số 0,5 để đánh giá cao sự tự học tự nghiên cứu của SV): Được tính bằng trung bình cộng của Bài kiểm tra giữa kỳ (tự luận) và bài Tiểu luận tự học;
- Bài thi kết thúc môn học (tự luận): Nên chọn trọng số 0,5.

Cấu trúc bài kiểm tra giữa kỳ và bài thi kết thúc môn học cần phải thiết kế giống nhau: gồm có 02 phần, phần bài tập vận dụng chỉ cần giải đúng và phần bài tập dạng tích hợp kiến thức Toán cơ bản với kiến thức Toán Tiểu học.

Ngoài ra, còn có hình thức đánh giá chuyên cần: Giảng viên cộng 0,25 điểm cho mỗi lần SV phát biểu đúng (cộng dồn vào cột điểm *kiểm tra* hoặc cột điểm *Tiểu luận tự học*). Với cách đánh giá này, nếu như bài kiểm tra và bài tiểu luận tự học đạt điểm chưa cao thì SV vẫn có nhiều cơ hội tích lũy điểm để cải thiện chúng bằng cách cố gắng nghiên cứu phát biểu ý kiến xây dựng bài.

Làm rõ được các mối liên hệ giữa Toán cao cấp với nội dung Toán Tiểu học trong quá trình dạy học các môn học Toán sẽ giúp SV nhận thức đúng đắn tinh thần, quan điểm, ngôn ngữ và phương pháp của Toán cao cấp trong việc dạy học Toán ở Tiểu học; hình thành cho SV khả năng lý giải cơ sở khoa học của những vấn đề họ phải dạy ở Tiểu học. Từ đó giúp SV nhận thức việc học các học phần Toán học là thiết thực và bổ ích. Góp phần nâng cao "Tính dạy nghề" cho SV ngay từ những môn học thuộc khoa học cơ bản.

3. Kết luận

Việc tích hợp Toán cơ bản với Toán Tiểu học là việc làm đúng đắn nhằm nâng cao chất lượng đào tạo trong trường Sư phạm hiện nay. Tuy nhiên việc làm này còn nhiều khó khăn đòi hỏi phải có sự kết hợp nhiều biện pháp hợp lí. Những ý kiến và biện pháp trên đây chỉ là những suy nghĩ bước đầu của chúng tôi trong quá trình dạy học, mong được các đồng nghiệp cùng quan tâm để chất lượng dạy học ngày càng hiệu quả.

Tài liệu tham khảo

1. Vũ Quốc Chung (chủ biên) (2007). *Phương pháp dạy học Toán tiểu học*. NXB Giáo dục.

2. Trần Diên Hiển (chủ biên) (2001). *Giáo trình Lý thuyết số*. NXB Giáo dục.

3. Trần Bá Hoành (chủ biên) (2003). *Áp dụng dạy và học tích cực trong môn Toán học*. NXB Đại học sư phạm Hà Nội.

4. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2001). *Toán 1* (SGK, SGV). NXB Giáo dục.

PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO... *(tiếp theo trang 7)*

thức của biến. Việc GV vận dụng một cách hợp lý hướng khai thác một bài toán như trên trong quá trình dạy học sẽ góp phần giúp các em rèn luyện được khả năng giải toán BĐT và phát triển khả năng tư duy sáng tạo cho bản thân.

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Vũ Lương (2006). *Các bài giảng về bất đẳng thức Cauchy*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

2. D.S.Mitrinovic, P.S.Bullen and P.M. Vasic (1998). *Means and Their Inequalities*, Reidel Publishing Co., Dordrecht - Boston.

3. D.S.Mitricnovic, J.E.Pecaric and A.M. Fink (1993). *Classical and New Inequalites in Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht - Boston - London.