ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐỖ THẾ ĐẠO

MỘT PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM BẤT ĐỘNG GIẢI BÀI TOÁN CHẤP NHẬN TÁCH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

ĐỖ THẾ ĐẠO

MỘT PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM BẤT ĐỘNG GIẢI BÀI TOÁN CHẤP NHẬN TÁCH

Chuyên ngành: Phương pháp Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS.TSKH. LÊ DŨNG MƯU

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung bản luận văn đã được tổng hợp từ các tài liệu nêu trong phần tài liệu tham khảo theo chủ đề của đề tài. Tôi cũng xin cam đoan bản luận văn không phải là sự sao chép của bất kì tài liệu nào đã có.

Thái Nguyên, ngày 01 tháng 12 năm 2015

Học viên

Đỗ Thế Đạo

Lời cảm ơn

Để hoàn thành luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của GS.TSKH. Lê Dũng Mưu (viện Toán học).Tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và những điều thầy đã giành cho tôi.

Tôi xin cảm ơn ban lãnh đạo phòng sau Đại học, các quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K7Y (2014-2016) Trường Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn này.

Xin trân trọng cảm ơn!

Thái Nguyên, 2015 **Đỗ Thế Đạo**

Học viên Cao học Toán K7Y,

Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

Danh sách ký hiệu

$\mathbb{R}$	không gian số thực
H	không gian Hilbert thực
X^*	không gian đối ngẫu của X
$domf$	miền hữu hiệu của f
$epif$	trên đồ thị f
$VIP(\Omega, F)$	bài toán VIP với ánh xạ F trên tập Ω
$Sol(\Omega, F)$	tập nghiệm của bài toán VIP
$\partial f(x^o)$	dưới vi phân của f tại x^o
$\nabla f(x)$	đạo hàm của hàm số f tại x
$N_C(x)$	nón pháp tuyến tại điểm x trên tập C
$d_C(x)$	khoảng cách từ điểm x đến tập C
$P_C(x)$	phép chiếu khoảng cách của điểm x lên tập C
$Fix(S)$	tập điểm bất động của ánh xạ S
$\langle x, y \rangle$	tích vô hướng của hai vectơ x và y
$\|x\|$	chuẩn của vectơ x
$x^n \to x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^n \rightharpoonup x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ yếu tới x
$x := y$	x được gán bằng y
$\forall x$	mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$\varnothing$	tập rỗng
I	ánh xạ đơn vị

Mở đầu

Chúng ta xét bài toán sau:

Cho C_1, Q_1 là hai tập lồi, đóng sao cho $\varnothing \neq C_1 \subseteq H_1, \varnothing \neq Q_1 \subseteq H_2$ với H_1, H_2 là hai không gian Hilbert. Bài toán đặt ra là:

$$\text{Tìm } x^* \in C_1 : Ax^* \in Q_1$$

trong đó $A : H_1 \to H_2$ là một toán tử tuyến tính liên tục (bị chặn).

Với những tập C_1 và Q_1 khác nhau, ta có các bài toán chấp nhận tách khác nhau. Bài toán này có nhiều ứng dụng trong các lĩnh vực khác nhau và gần đây đang được quan tâm nghiên cứu. Một trường hợp thường được xét là khi C_1 và Q_1 là tập điểm bất động của các ánh xạ không giãn.

Mục đích của luận văn là tìm hiểu một phương pháp giải bài toán này dựa theo phương pháp điểm bất động của ánh xạ không giãn.

Nội dung của luận văn gồm hai chương:

Chương 1: Điểm bất động của ánh xạ không giãn.

Trong chương này chúng ta nghiên cứu các định lí về điểm bất động của ánh xạ không giãn, nhắc lại một số kiến thức cơ bản như: Không gian Hilbert thực, tập lồi, hàm lồi, dưới vi phân, ánh xạ không giãn, phương pháp lặp Mann và Halpern tìm điểm bất động của ánh xạ không giãn, toán tử chiếu trong không gian Hilbert...

Chương 2: Tiếp cận điểm bất động giải bài toán chấp nhận tách.

Trong chương này phát biểu bài toán chấp nhận tách, bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán chấp nhận tách. Trình bày một thuật toán giải bài toán chấp nhận tách dựa trên tiếp cận điểm bất động của ánh xạ không giãn.

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, dưới

sự hướng dẫn tận tình và chu đáo của thầy giáo GS.TSKH. Lê Dũng Mưu. Tôi xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất đến người thầy, người đã chỉ dạy những kiến thức, những kinh nghiệm trong học tập, nghiên cứa khoa học.

Nhân dịp này tôi cũng xin cảm ơn các thầy cô giáo trong khoa Toán, khoa sau Đại học cùng các bạn trong lớp Cao học Toán khóa học 2014 -2016 đã thường xuyên quan tâm, tạo điều kiện thuận lợi giúp tôi hoàn thành luận văn.

Mặc dù có nhiều cố gắng, song chắc chắn luận văn vẫn còn nhiều thiếu sót. Tôi mong nhận được những đóng góp quý báu của thầy cô giáo và các bạn để luận văn ngày càng hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, ngày 01 tháng 12 năm 2015

Đỗ Thế Đạo

Học viên Cao học Toán lớp Y, khóa 02/2014-02/2016

Chuyên ngành Toán ứng dụng

Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên

Email: daomh77@gmail.com

Chương 1

Điểm bất động của ánh xạ không giãn

Chương này chúng ta nghiên cứu các định lý về điểm bất động của ánh xạ không giãn. Dưới đây ta chúng nhắc lại một số kiến thức cơ bản như: Không gian Hilbert thực, tập lồi, hàm lồi, dưới vi phân, ánh xạ không giãn, phương pháp lặp Mann và Halpern tìm điểm bất động của ánh xạ không giãn, toán tử chiếu trong không gian Hilbert... Các kiến thức trong chương này được lấy trong các tài liệu [1], [2], [3], [4].

1.1 Không gian Hilbert thực

Định nghĩa 1.1. *Cho H là một không gian tuyến tính trên trường $\mathbb{R}$. Hàm số*

$$\langle .,. \rangle : H \times H \to \mathbb{R}$$

được gọi là một tích vô hướng trên H nếu nó thoả mãn đồng thời các tính chất sau

a) $\langle y, x\rangle = \langle x, y\rangle, \forall x, y \in H;$

b)$\langle x + y, z\rangle = \langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle, \forall x, y, z \in H;$

c) $\langle \lambda x, y\rangle = \lambda\langle x, y\rangle, \forall x, y \in H, \forall\lambda \in \mathbb{R};$

d) $\langle x, x\rangle \geq 0, \forall x \in H, \langle x, x\rangle = 0 \Rightarrow x = 0.$

Không gian H được trang bị một tích vô hướng $\langle .,. \rangle$ được gọi là không gian unita hay không gian tiền Hilbert thực.

Định lí 1.1. *Nếu $(H, \langle .,. \rangle)$ là một không gian unita thì hàm số*

$$||x|| = \sqrt{\langle x, x\rangle}, \forall x \in H$$

là một chuẩn trên H.

Vậy không gian unita là một không gian tuyến tính định chuẩn.

Định nghĩa 1.2. *Không gian unita đầy đủ được gọi là không gian Hilbert thực.*

Định lí 1.2. *(Đẳng thức hình bình hành).*
Nếu H là một không gian unita thì $||x+y||^2+||x-y||^2 = 2(||x||^2+||y||^2), \forall x, y \in H.$

Định lí 1.3. *(Định lý Riesz). Giả sử H là một không gian Hilbert. Khi đó*
a) Với mỗi phần tử y thuộc H, phiếm hàm x^* *xác định bởi* $x^*(x) = \langle x, y\rangle, x \in H$ *là tuyến tính liên tục và* $||x^*|| = ||y||$.
b) Ngược lại, nếu x^* *là một phiếm hàm tuyến tính liên tục trên H thì tồn tại duy nhất một phần tử y của H sao cho* $x^*(x) = \langle x, y\rangle, x \in H$.

Định lí 1.4. *Không gian Hilbert là không gian phản xạ.*

1.2 Tập lồi, hàm lồi và dưới vi phân

Định nghĩa 1.3. *Một tập* $C \subseteq H$ *được gọi là tập lồi nếu*

$$\forall x, y \in C, \forall \lambda \in [0, 1] \Rightarrow \lambda x + (1 - \lambda)y \in C.$$

Định nghĩa 1.4. *Một tập* $C \subseteq H$ *được gọi là nón nếu*

$$\forall x \in C, \forall \lambda > 0 \Rightarrow \lambda x \in C.$$

Một nón được gọi là nón lồi nếu nó đồng thời là một tập lồi.
Như vậy, một tập lồi C là nón lồi khi và chỉ khi nó có các tính chất sau:
i) $\lambda C \subseteq C, \lambda > 0$.
ii) $C + C \subseteq C$.
Tập $C \subseteq H$ dưới đây ta luôn giả thiết C là tập lồi (nếu không giải thích gì thêm).

Định nghĩa 1.5. *Cho* $x \in C$ *, nón pháp tuyến ngoài của C tại* x*, kí hiệu là*

$$N_C(x) := \{w \in H : \langle w, y - x\rangle \le 0, y \in C\}.$$

Cho $C \subseteq H$ *và* $f : H \to 2^H$ *ta kí hiệu*