ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LÊ MAI OANH

PHƯƠNG PHÁP KẾT HỢP HÀM PHẠT VÀ HÀM ĐÁNH GIÁ GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG HAI CẤP

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LÊ MAI OANH

PHƯƠNG PHÁP KẾT HỢP HÀM PHẠT VÀ HÀM ĐÁNH GIÁ GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG HAI CẤP

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS.TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cam đoan

Luận văn thạc sỹ: **"Phương pháp kết hợp hàm phạt và hàm đánh giá giải bài toán cân bằng hai cấp"** được thực hiện bởi tác giả Lê Mai Oanh - học viên lớp Cao học Toán Ứng Dụng khóa 2014 - 2016 của trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, cùng sự hướng dẫn của GS. TSKH Nguyễn Xuân Tấn - Viện Toán học - Viện Hàm lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi, không trùng với bất kỳ nghiên cứu nào khác.

Thái Nguyên, năm 2015

Học viên

Lê Mai Oanh

Lời cảm ơn

Sau một thời gian miệt mài nghiên cứu cùng với sự quan tâm của các thầy giáo, cô giáo và các bạn học viên, luận văn của tôi đến nay đã được hoàn thành.

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy giáo GS.TSKH **Nguyễn Xuân Tấn** đã tận tình chỉ bảo, hướng dẫn tôi trong thời gian làm luận văn. Đồng thời tôi xin chân thành cảm ơn sự giúp đỡ quý báu của các thầy cô giáo trong bộ môn Toán Ứng Dụng nói riêng và khoa Toán - Tin trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên nói chung đã cho tôi những kiến thức cần thiết để hoàn thành luận văn. Cuối cùng tôi xin cảm ơn sự động viên, giúp đỡ của gia đình, bạn bè đã dành cho tôi trong quá trình nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn !

Thái Nguyên, 2015

Lê Mai Oanh

Học viên Cao học Toán K7Y,

Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

Một số kí hiệu và viết tắt

Trong toàn luận văn, ta dùng những ký hiệu với các ý nghĩa xác định trong bảng dưới đây:

$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$	tập số thực mở rộng
$\mathbb{R}^n$	không gian Euclid n chiều
$\mathbb{H}$	không gian Hilbert
M^T	chuyển vị của ma trận M
$\langle x, y \rangle = x^T y$	tích vô hướng của hai vectơ x và y
$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$	chuẩn của vectơ x
$\overline{C}$	bao đóng của tập C
$intC$	phần trong của tập C
riC	phần trong tương đối của tập C
$x^k \to x$	dãy x^k hội tụ đến x
$P_C(x)$	hình chiếu của x lên tập C
$N_C(x)$	nón pháp tuyến ngoài của C tại x
$\varphi'(x) = \nabla\varphi(x)$	đạo hàm của hàm φ tại x
$\varphi'(x; d)$	đạo hàm theo hướng d của φ tại x
$\partial\varphi(x)$	dưới vi phân của φ tại x
$\partial f(x, x)$	dưới vi phân của hàm $f(x, .)$ tại x
$\nabla_x f(x, y)$	đạo hàm của hàm $f(., y)$ tại x
$\nabla_y f(x, y)$	đạo hàm của hàm $f(x, .)$ tại y

Mở đầu

1. Lí do chọn đề tài

Thuật ngữ cân bằng được sử dụng rộng rãi trong nhiều ngữ cảnh khoa học và kỹ thuật như vật lý, hóa học, sinh học,...và trong toán học có nhiều bài toán liên quan đến sự cân bằng như bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa, bài toán cân bằng Nash trong trò chơi không hợp tác, bài toán điểm bất động... Mô hình chung cho bài toán cân bằng $EP(C, f)$ đó là

$$\text{Tìm } x^* \in C \text{ sao cho } f\left(x^*, y\right) \geq 0, \text{ với mọi } y \in C$$

trong đó $C \subset \mathbb{H}$ là một tập lồi, đóng và $f : C \times C \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ là song hàm cân bằng ($f\left(x, x\right) = 0, \forall x \in C$).

Công thức này lần đầu tiên được đưa ra bởi H. Nikaido và K. Isoda năm 1955 [24] khi tổng quát hóa bài toán cân bằng Nash trong trò chơi không hợp tác, được Ky Fan giới thiệu năm 1972 [11] và thường được gọi là bất đẳng thức Ky Fan.

Cùng với việc nghiên cứu, xây dựng các phương pháp giải bài toán cân bằng, các nhà khoa học còn quan tâm đến bài toán cân bằng hai cấp.

Cho C là tập lồi, đóng, khác rỗng trong không gian Hilbert $\mathbb{H}$ và $f, g : C \times C \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ là các song hàm cân bằng xác định trên C. Bài toán cân bằng hai cấp $BEP(C, f, g)$ (bài toán cân bằng trên tập nghiệm của bài toán cân bằng) là bài toán:

$$\text{Tìm } x^* \in S_f \text{ sao cho } g\left(x^*, y\right) \geq 0, \forall y \in S_f$$

trong đó S_f là tập nghiệm của bài toán cân bằng

$$\text{Tìm } u \in C \text{ sao cho } f\left(u, y\right) \geq 0, \text{ với mọi } y \in C.$$

Bài toán cân bằng hai cấp $BEP(C, f, g)$ được tác giả A. Moudafi [21] xét đến đầu tiên. Tuy có dạng đơn giản nhưng bài toán $BEP(C, f, g)$ khá tổng quát vì nó chứa nhiều lớp bài toán quan trọng khác như bài toán bất đẳng thức biến phân hai cấp, bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng.

Trong các phương pháp giải bài toán cân bằng hai cấp thì phương pháp hiệu chỉnh đóng vai trò quan trọng. Một phương pháp hiệu chỉnh quen thuộc là phương pháp điểm gần kề. Phương pháp này được đề xuất bởi B. Martinet [17] vào năm 1970 cho bài toán bất đẳng thức biến phân và được phát triển bởi R. T. Rockafellar năm 1976 cho bao hàm thức đơn điệu cực đại. Năm 1999, A. Moudafi [20] đã áp dụng phương pháp điểm gần kề cho bài toán cân bằng đơn điệu và đến năm 2010 [21] ông đã áp dụng phương pháp này cho lớp bài toán cân bằng hai cấp đơn điệu. Ý tưởng chính của phương pháp này là kết hợp phương pháp hàm phạt và phương pháp điểm gần kề để đưa việc giải bài toán cân bằng hai cấp về việc giải một dãy các bài toán cân bằng với song hàm cân bằng là $f + \epsilon_k g$. Để chứng minh sự hội tụ của thuật toán đã đưa ra, tác giả A. Moudafi đòi hỏi các giả thiết về tính đơn điệu, tính liên tục, tính lồi của các song hàm và đặc biệt là giả thiết $\|x^{k+1} - x^k\| = 0\left(\epsilon_k\right)$ với x^k là nghiệm của bài toán cân bằng

$EP\left(C, f+\epsilon_k g\right)$, đây là một giả thiết rất khó kiểm chứng vì chúng không liên quan đến dữ liệu đầu vào của bài toán. Do đó việc tiếp tục nghiên cứu và đề xuất các thuật toán giải bài toán cân bằng hai cấp với các giả thiết như trên hoặc các giả thiết yếu hơn là rất cần thiết. Chính vì lý do này, cùng với sự hướng dẫn của GS. TSKH Nguyễn Xuân Tấn tôi chọn đề tài **"Phương pháp kết hợp hàm phạt và hàm đánh giá giải bài toán cân bằng hai cấp"**.

2. Mục đích nghiên cứu

Trình bày phương pháp giải cho một lớp bài toán cân bằng hai cấp:

- Sử dụng phương pháp hàm phạt để chuyển bài toán cân bằng hai cấp về giải một dãy các bài toán cân bằng phạt;
- Sử dụng phương pháp hàm đánh giá để giải bài toán cân bằng phạt;
- Chỉ ra rằng nếu song hàm phạt hiệu chỉnh thỏa mãn các tính chất giả đơn điệu thì bất kì điểm dừng của hàm đánh giá trên tập lồi cũng là nghiệm của bài toán phạt;
- Áp dụng phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov cho bài toán cân bằng giả đơn điệu.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu phương pháp giải cho bài toán cân bằng hai cấp đó là phương pháp kết hợp hàm phạt và hàm đánh giá.

4. Phương pháp nghiên cứu

Để trình bày phương pháp giải cho bài toán cân bằng hai cấp tôi