ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGÔ THỊ LAM

TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN ĐẠI SỐ VỚI TRỄ BỘI VÀ NGHIỆM SỐ CỦA CHÚNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGÔ THỊ LAM

TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN ĐẠI SỐ VỚI TRỄ BỘI VÀ NGHIỆM SỐ CỦA CHÚNG

Chuyên ngành: Toán giải tích
Mã số: 60 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: TS. Đào Thị Liên

THÁI NGUYÊN - 2016

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, các kết quả nghiên cứu là trung thực và chưa được công bố trong bất kỳ công trình nào khác.

Thái Nguyên, tháng 9 năm 2016

Tác giả luận văn

Ngô Thị Lam

LỜI CẢM ƠN

Luận văn được hoàn thành tại khoa Toán, trường Đại học sư phạm – Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình, tỉ mỉ và khoa học của cô giáo -Tiến sĩ Đào Thị Liên. Qua đây tôi xin bày tỏ lời cám ơn chân thành và lòng biết ơn sâu sắc đến cô đã không quản thời gian và công sức hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn. Tôi xin cảm ơn Ban Giám Hiệu, các phòng ban chức năng, các thầy cô giáo trong trường Đại học sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện tốt nhất để tôi hoàn thành luận văn. Sau cùng tôi xin được bày tỏ tình cảm tha thiết dành cho gia đình, các bạn đồng nghiệp đã động viên, tạo điều kiện cho tôi được yên tâm học tập và nghiên cứu.

Mặc dù đã hết sức cố gắng, song luận văn khó tránh khỏi các hạn chế và thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp để luận văn hoàn thiện hơn.

Học viên cao học

Ngô Thị Lam

MỤC LỤC

Trang

DANH MỤC CÁC KÍ HIỆU VIẾT TẮT

ODE: Phương trình vi phân thường.

DAE: Phương trình vi phân đại số .

DDAE: Phương trình vi phân đại số có trễ.

DODE: Phương trình vi phân thường có trễ.

NDODE: Phương trình vi phân thường có trễ trung tính.

NDDAE: Phương trình vi phân đại số có trễ trung tính.

UDODE: Phương trình vi phân thường cơ bản có trễ.

UDDAE: Phương trình vi phân đại số cơ bản có trễ.

MỞ ĐẦU

Các phương trình vi phân đại số (DAEs) đóng vai trò quan trọng trong việc mô phỏng các bài toán ứng dụng thực tế, ví như trong ứng dụng của ngành cơ học đa vật thể, điều khiển quỹ đạo theo lệnh, thiết kế mạng điện, hệ thống phản ứng hóa học, sinh học và y học lâm sàng.(xem [4,18] và các tài liệu tham khảo trong đó). Trong nhiều bài toán, các hệ được chú ý đến nhiều là hệ chứa trễ, (xem [3,6-8,12,20,21,22,25-27]). Lý thuyết và các nghiệm dạng số của các phương trình vi phân thường có trễ (DODEs) được biết đến và bàn luận hàng thập kỷ qua,(xem [14] và các bài tham khảo trong đó), có rất ít các kết quả nghiên cứu về hệ phương trình vi phân đại số có trễ (DDAEs). Lý do chính là vì ngay cả đối với các DDAEs tuyến tính, cơ chế động học của chúng vẫn chưa được tìm hiểu kỹ, đặc biệt khi cặp ma trận {A,B} trong (0.1) là không chính quy. Vấn đề khó nhất là tồn tại dạng không bị nén để trong đó một bộ nhiều hơn hai ma trận có thể được đồng thời biến đổi.

Hầu hết các kết quả nghiên cứu trước đây đều chỉ dành cho phương trình vi phân đại số có trễ (DDAEs) chính quy tuyến tính với thời gian không đổi (xem [12,25]), hoặc các DDAEs dạng đặc biệt (xem [3, 20, 26, 27]). Cho tới thời điểm đăng bài báo này, chỉ mới có hai công trình nghiên cứu liên quan tới phương trình vi phân đại số không chính quy (xem [8, 21]). Kết quả tổng quan về tính giải được và tính ổn định của DDAE vẫn còn khá ít.

Ví dụ dưới đây minh họa một vài sự khác biệt quan trọng giữa ODEs có trễ, DAEs không trễ và DAEs có trễ.

Ví dụ 1. Xét hệ thuần nhất sau

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) + x_1(t) - x_1(t-1) - x_2(t-1) = 0 \\ \quad 2x_2(t) + x_1(t-1) + x_2(t-1) = 0 \end{cases} \qquad (t \geq 0)$$

trong đó, x_1 và x_2 được cho bởi các hàm liên tục trên (-1,0]. Động lực học của x_1 bị chi phối bởi một toán tử vi phân và sự liên tục của x_1 được kỳ vọng. Động lực học của x_2 được quy định bởi một toán tử vi phân và không giống x_1, thành tố này nhìn chung chỉ cần là liên tục từng khúc.

Ví dụ 2. Xét hệ không thuần nhất dưới đây

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f(t) \\ x_1(t) - x_2(t-1) = g(t) \end{cases} \quad (t \geq 0)$$

Nghiệm được cho bởi

$$x_1(t) = \int_0^t f(s)ds + C, \quad x_2(t) = -g(t+1) + \int_0^{t+1} f(s)ds + C \quad (t \geq 0)$$

trong đó, C là hằng số. Hệ động lực này không phải ngẫu nhiên. Không những x_2 được xác định trên (-1,0], mà nghiệm cũng phụ thuộc và những lần tích phân sau này của hàm đầu vào f(t). Hiện tượng thú vị này cần được lưu ý thêm rằng ngoài những lý thuyết đã biết trước đây về DAE là nghiệm có thể phụ thuộc vào đạo hàm của hàm đầu vào.

Điều kiện đủ cho tính ổn định tiệm cận độc lập với trễ của DAEs với trễ đơn được đưa ra trong [26]. Theo đó, tính ổn định tiệm cận của phương pháp θ, phương pháp BDF, phương pháp đa bước tuyến tính tổng quát, cũng như phương pháp Runge-Kutta ẩn đều được phân tích. Không may, trong thực tế rất khó kiểm tra những điều kiện này. Mục đích chính của luận văn này là trình bày các kết quả bổ sung cho lý thuyết về tính ổn định của các DDAEs đã được các tác giả đề xuất trong [26]. Cụ thể là, chúng ta có ý định đưa các tiêu chuẩn về tính ổn định cho DDAEs độc lập dạng (0.1) và (0.2). Chúng ta tập trung vào các tiêu chuẩn ổn định mà thực tế có thể dễ dàng kiểm tra được. Kết quả của chúng ta đạt được là mở rộng các tiêu chuẩn dành cho DODEs (xem [15,16]) sang các DDAEs trung tính. Theo những tiêu chuẩn này, chúng ta sẽ chỉ ra rằng, các nghiệm dạng số có được bằng phương pháp θ và phương pháp BDF đều bảo toàn tính ổn định tiệm cận của DDAE. Kết quả này cũng chỉ ra rằng kết quả của DAE có trễ đơn trong [26] là một trường hợp đặc biệt. Hơn nữa, chúng tôi cũng nghiên cứu tính giải được và tính ổn định của một lớp đặc biệt các DDAE không chính quy.

Luận văn gồm 60 trang, ngoài phần mở đầu, kết luận và danh mục tài liệu tham khảo, nội dung chính gồm có hai chương.

Chương 1. Kiến thức cơ sở

Nội dung chương này trình bày một số khái niệm và kết quả về các phương trình vi phân đại số, phương trình vi phân có trễ, lí thuyết ổn định của phương trình vi phân sẽ được sử dụng trong chương 2.

Chương 2. Tiêu chuẩn ổn định của phương trình vi phân đại số với trễ bội và nghiệm số của chúng.

Nội dung chương này trình bày một số kết quả nghiên cứu về tiêu chuẩn ổn định của phương trình vi phân đại số với trễ bội và nghiệm số của chúng mà các tác giả Stephen L. Campbell và Vũ Hoàng Linh đã đề cập trong bài báo: *"Stability criteria for differential-algebraic equations with multiple delays and their numerical solutions"* đăng trên "*Applied Mathematics and Computation* " vào năm 2009.

Chương 1. KIẾN THỨC CƠ SỞ

1.1. Một số khái niệm và kết quả về hệ phương trình vi phân đại số.

Xét phương trình vi phân dạng

$$F(t, x(t), \dot{x}(t)) = 0 \tag{1.1}$$

trong đó: $x : I \to \mathbb{R}^n, I = [a, +\infty) \subset \mathbb{R}$

$$F : I \times D \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$$
$$(t, x, \dot{x}) \mapsto F(t, x, \dot{x})$$

D là tập mở trong $\mathbb{R}^n, F \in \mathbb{C}(I \times D \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n), F_x', F_y' \in \mathbb{C}(I \times D \times \mathbb{R}^n, L(\mathbb{R}^n))$

Định nghĩa 1.1.1. Phương trình vi phân (1.1) được gọi là phương trình vi phân đại số (DAEs) nếu hàm F thỏa mãn $\ker F_{x'}'(t, x(t)', \dot{x}(t)) \neq 0$ với mọi $(t, x, \dot{x}) \in I \times D \times \mathbb{R}^n$

Hệ quả 1.1.2 Phương trình vi phân tuyến tính

$$A(t)\dot{x}(t) + B(t)x(t) = q(t) \tag{1.2}$$

trong đó $A, B \in \mathbb{C}(I, L(\mathbb{R}^n))$, q liên tục trên I, detA(t) = 0 với $\forall t \in I$, là phương trình vi phân đại số tuyến tính.

1.2. Phép chiếu, chỉ số của ma trận.

Định nghĩa 1.2.1. Cho $P \in L(\mathbb{R}^n)$. P được gọi là một phép chiếu nếu $P^2 = P$.

Nhận xét 1.2.2. Cho P là phép chiếu. Khi đó, ta có: $KerP \oplus \operatorname{Im} P = \mathbb{R}^n$

Mỗi phân tích $\mathbb{R}^n = U \oplus V$ tồn tại duy nhất một phép chiếu P sao cho imP = U và KerP = V, khi đó P được gọi là phép chiếu lên U dọc theo V

Đặt Q:= I-P thì Q cũng là một phép chiếu lên V dọc theo U.