ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGHIÊM ĐỨC VĂN

VỀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN CÂN BẰNG VECTƠ

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGHIÊM ĐỨC VĂN

VỀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN CÂN BẰNG VECTƠ

Chuyên ngành: **Toán ứng dụng**
Mã số: **60 46 01 12**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. ĐỖ VĂN LƯU

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cảm ơn **1**

Mở đầu **2**

1 Điều kiện tối ưu cho bài toán cân bằng vectơ lồi **4**

1.1 Các khái niệm và kết quả bổ trợ 4

1.2 Các điều kiện cần và đủ tối ưu 8

1.3 Áp dụng 19

2 Điều kiện tối ưu cho bài toán cân bằng vectơ lồi suy rộng **25**

2.1 Các định nghĩa và kết quả bổ trợ 25

2.2 Điều kiện tối ưu 29

2.3 Áp dụng 36

Kết luận **38**

Tài liệu tham khảo **40**

Lời cảm ơn

Luận văn này được thực hiện và hoàn thành tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên và dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Đỗ Văn Lưu, Viện Toán học - Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn và sự kính trọng sâu sắc tới thầy hướng dẫn khoa học của mình, thầy đã tận tâm và nhiệt tình chỉ bảo.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Ban chủ nhiệm Khoa Toán - Tin, Phòng Đào tạo Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, cùng toàn thể các cán bộ giảng dạy lớp cao học toán K7Y đã nhiệt tình giảng dạy và giúp đỡ tác giả trong suốt quá trình học tập. Cuối cùng tác giả xin cảm ơn bố mẹ, gia đình, bạn bè và đồng nghiệp luôn bên cạnh động viên và giúp đỡ trong quá trình học tập và hoàn thành luận văn này.

Xin trân trọng cảm ơn!

Thái Nguyên, ngày 27 tháng 12 năm 2015

Tác giả

Nghiêm Đức Văn

Mở đầu

Bài toán cân bằng vectơ bao gồm nhiều lớp bài toán như: Bài toán tối ưu vectơ, bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ, bài toán bù vectơ, bài toán cân bằng Nash, bài toán điểm bất động,... phạm vi áp dụng của bài toán cân bằng rất rộng rãi. Người ta nghiên cứu bài toán cân bằng về sự tồn tại nghiệm, điều kiện tối ưu, đối ngẫu, ổn định nghiệm và cấu trúc tập nghiệm. X. H. Gong [2] đã dẫn các điều kiện cần và đủ cho nghiệm hữu hiệu yếu, nghiệm hữu hiệu Henig, nghiệm hữu hiệu toàn cục và nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ lồi có ràng buộc và áp dụng cho bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán tối ưu vectơ. X. J. Long, Y. Q. Huang, Z. Y. Peng [5] thiết lập các điều kiện cần và đủ cho nghiệm hữu hiệu Henig và nghiệm siêu hữu hiệu của bài toàn cân bằng vectơ có ràng buộc với các giả thiết về tính lồi suy rộng. Mới đây, D. V. Luu và D. D. Hang [6, 7] đã thiết lập các điều kiện tối ưu cho các nghiệm hữu hiệu của bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ không trơn và bài toán cân bằng vectơ không trơn. Đây là đề tài được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Chính vì vậy tôi chọn đề tài: "Về điều kiện tối ưu cho bài toàn cân bằng vectơ".

Luận văn trình bày các kết quả nghiên cứu về điều kiện tối ưu cho một số loại nghiệm hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ lồi có ràng buộc của Gong ([2], 2008) và điều kiện tối ưu cho nghiệm hữu hiệu Henig và siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ có ràng buộc với các giả thiết lồi suy rộng của Long – Huang – Peng ([5], 2011).

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục tài liệu tham khảo

Chương 1 trình bày các kết quả của X. H. Gong ([2], 2008) về điều kiện tối ưu cho bài toán cân bằng vectơ lồi gồm một số khái niệm nghiệm hữu hiệu và các điều kiện cần và đủ tối ưu cho nghiệm hữu hiệu yếu, nghiệm hữu hiệu Henig, nghiệm hữu hiệu toàn cục, nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng véctơ có ràng buộc và áp dụng cho bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ có ràng buộc và bài toán tối ưu có ràng buộc.

Chương 2 trình bày các kết quả của X. J. Long, Y. Q. Huang và Z. Y. Peng ([5], 2011) về điều kiện tối ưu cho nghiệm hữu hiệu Henig và nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng véctơ lồi suy rộng có ràng buộc, cùng với các áp dụng cho bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ và bài toán tối ưu vectơ có ràng buộc.

Dù đã nghiêm túc nghiên cứu và rất cố gắng thực hiện luận văn, nhưng với trình độ hạn chế cùng nhiều lý do khác, luận văn chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót. Kính mong sự góp ý của các Thầy Cô, các bạn và các anh chị đồng nghiệp để luận văn này hoàn chỉnh và nhiều ý nghĩa hơn.

Thái Nguyên, ngày 27 tháng 12 năm 2015

Nghiêm Đức Văn

Học viên Cao học Toán lớp Y, khóa 01/2014-01/2016

Chuyên ngành Toán ứng dụng

Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên

Chương 1

Điều kiện tối ưu cho bài toán cân bằng vectơ lồi

Chương 1 trình bày các kết quả của X.H. Gong ([2], 2008) về điều kiện cần và đủ cho nghiệm hữu hiệu yếu, nghiệm hữu hiệu Henig, nghiệm hữu hiệu toàn cục, nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng véctơ lồi có ràng buộc, cùng với các áp dụng cho bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ có ràng buộc và bài toán tối ưu vectơ có ràng buộc.

1.1 Các khái niệm và kết quả bổ trợ

Giả sử X, Z là các không gian vectơ tôpô Hausdorff thực, Y là không gian vectơ tôpô Hausdorff lồi địa phương thực, X_0 là tập con lồi khác rỗng của X, $g : X_0 \to Z$, $F : X_0 \times X_0 \to Y$, K là nón nhọn lồi đóng của Z, $intK \neq \emptyset$.
Đặt

$$A = \{x \in X_0 : g(x) \in K\}.$$

Xét bài toán cân bằng vectơ có ràng buộc (VEPC): Tìm $x \in A$ sao cho

$$F(x, y) \notin -P \quad (\forall y \in X),$$

trong đó $P \cup \{0\}$ là một nón lồi trong Y.

Giả sử Y^* là không gian tôpô đối ngẫu của Y, C là một nón nhọn lồi đóng trong Y. Tập

$$C^* = \{y^* \in Y^* : y^*(y) \geqslant 0, \forall y \in C\}$$

là nón đối ngẫu của C.

Ký hiệu tựa phần trong của C^* là $C^\sharp$, tức là

$$C^\sharp := \{y^* \in Y^* : y^*(y) > 0, \forall y \in C \setminus \{0\}\}.$$

Giả sử D là tập con khác rỗng của Y. Bao nón của D được xác định như sau:

$$cone(D) = \{td : t \geqslant 0, d \in D\}.$$

Kí hiệu bao đóng của D bởi $cl(D)$ và phần trong của D bởi $intD$.

Một tập con lồi khác rỗng B của nón lồi C được gọi là một cơ sở của C, nếu $C = cone(B)$ và $0 \notin cl(B)$. Dễ thấy rằng $C^\sharp \neq \emptyset$ nếu và chỉ nếu C có một cơ sở.

Cho B là một cơ sở của C. Đặt

$$C^\vartriangle(B) = \left\{y^* \in C^\sharp : \exists t > 0 \quad sao \;\; cho \quad y^*(b) \geqslant t \quad \forall b \in B\right\}.$$

Theo định lí tách của các tập lồi, ta có $C^\vartriangle \neq \emptyset$. Rõ ràng $C^\vartriangle(B) \subset C^\sharp$. Cho B là một cơ sở của C. Khi đó $0 \notin clB$. Theo định lí tách của các tập lồi, tồn tại $y^* \in Y^* \setminus \{0\}$ sao cho

$$r = \inf\{y^*(b) : b \in B\} > y^*(0) = 0.$$

Đặt

$$V_B = \{y \in Y : |y^*(y)| < r/2\}.$$

Khi đó V_B là một lân cận lồi mở của 0 trong Y. Khái niệm V_B sẽ được sử dụng trong suốt chương này.

Rõ ràng là

$$\inf\{y^*(y) : y \in B + V_B\} \geqslant r/2.$$

Dễ thấy rằng với mỗi lân cận lồi U của 0 với $U \subset V_B,\ B + U$ là một tập lồi và $0 \notin cl(B+U)$, và do đó $C_U(B) := \mathrm{cone}(U + B)$ là một nón lồi nhọn và $C \setminus \{0\} \subset \mathrm{int}\, C_U(B)$.

Nếu $\mathrm{int}\, C \neq \emptyset$ thì một véc tơ $x \in A$ thỏa mãn

$$F(x,y) \notin -\mathrm{int}\, C, \text{ với mọi } y \in A,$$

được gọi là một nghiệm hữu hiệu yếu của bài toán cân bằng véctơ có ràng buộc VEPC.

Với mỗi $x \in X_0$, ta kí hiệu

$$F(x, A) = \bigcup_{y \in A} F(x, y).$$

Định nghĩa 1.1.

Vectơ $x \in A$ được gọi là một nghiệm hữu hiệu toàn cục của VEPC nếu tồn tại một nón lồi nhọn $H \subset Y$ với $C \setminus \{0\} \subset \mathrm{int} H$ sao cho

$$F(x, A) \cap ((-H) \setminus \{0\}) = \emptyset.$$

Định nghĩa 1.2.

Vectơ $x \in A$ được gọi là một nghiệm hữu hiệu Henig của VEPC nếu tồn tại lân cận U nào đó của 0 với $U \subset V_B$ sao cho

$$\mathrm{cone}\,(F(x, A)) \cap (-\mathrm{int}\, C_U(B)) = \emptyset.$$

Rõ ràng một véctơ $x \in A$ là một nghiệm hữu hiệu Henig nếu và chỉ nếu

$$F(x, A) \cap (-\mathrm{int}\, C_U(B)) = \emptyset.$$

Định nghĩa 1.3.

Vectơ $x \in A$ được gọi là một nghiệm siêu hữu hiệu của VEPC nếu với mỗi lân cận V của 0, tồn tại lân cận U nào đó của 0 sao cho

$$\operatorname{cone}(F(x, A)) \cap (U - C) \subset V.$$

Giả sử $L(X, Y)$ là không gian tất cả các ánh xạ tuyến tính bị chặn từ X vào Y. Ta kí hiệu (h, x)là giá trị của $h \in L(X, Y)$ tại x.

VEPC bao hàm như một trường hợp đặc biệt bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ có ràng buộc (ký hiệu là VVIC) với

$$F(x, y) = \langle Tx, y - x\rangle,$$

trong đó T là một ánh xạ từ A vào $L(X, Y)$.

Định nghĩa 1.4.

Nếu $F(x, y) = \langle Tx, y - x\rangle, \quad x, y \in A$, và $x \in A$ là một nghiệm hữu hiệu yếu, hoặc một nghiệm hữu hiệu Henig, một nghiệm hữu hiệu toàn cục, một nghiệm siêu hữu hiệu của VEPC thì $x \in A$ được gọi là là một nghiệm hữu hiệu yếu, hoặc một nghiệm hữu hiệu Henig, một nghiệm hữu hiệu toàn cục, một nghiệm siêu hữu hiệu của VVIC tương ứng.

Một trường hợp đặc biệt khác của VEPC là bài toán tối ưu véctơ có ràng buộc (ký hiệu là VOPC) với

$$F(x, y) = f(y) - f(x), \;\; x, y \in A$$

trong đó $f : A \to Y$.

Định nghĩa 1.5.

Nếu $F(x, y) = f(y) - f(x), \;\; x, y \in A$ và $x \in A$ là một nghiệm hữu hiệu yếu, hoặc một nghiệm hữu hiệu Henig, một nghiệm hữu hiệu toàn cục,