ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TRỊNH SAO LINH

KÌ DỊ CỦA ĐƯỜNG CONG PHẲNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TRỊNH SAO LINH

KÌ DỊ CỦA ĐƯỜNG CONG PHẲNG

Chuyên ngành: ĐẠI SỐ VÀ LÝ THUYẾT SỐ
Mã số: 60.46.01.04

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. ĐOÀN TRUNG CƯỜNG

Thái Nguyên – 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực, không trùng lặp với các đề tài khác và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Trịnh Sao Linh

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành trong khóa 22 đào tạo Thạc sĩ của trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, dưới sự hướng dẫn của TS. Đoàn Trung Cường, Viện Toán học. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới thầy hướng dẫn, người đã tạo cho tôi một phương pháp nghiên cứu khoa học, tinh thần làm việc nghiêm túc và đã dành nhiều thời gian, công sức hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy cô giáo của trường Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, những người đã tận tình giảng dạy, khích lệ, động viên tôi vượt qua những khó khăn trong học tập.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban lãnh đạo Khoa Sau đại học, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian tôi học tập.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn gia đình, người thân và bạn bè đã động viên, ủng hộ tôi để tôi có thể hoàn thành tốt khóa học và luận văn của mình.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Trịnh Sao Linh

Mục lục

Mở đầu

Hình học đại số là một nhánh của toán học, nghiên cứu về nghiệm của các phương trình đa thức. Đa thức một biến có bao nhiêu nghiệm? Câu hỏi này được trả lời một cách rõ ràng bởi "Định lý cơ bản của đại số". Nhưng nếu ta xét trong trường hợp đa thức hai biến thì tập nghiệm là vô hạn. Những tập như vậy, có thể được xem như là đối tượng của hình học. Chính xác hơn là đường cong phẳng đại số. Vì vậy, có hai con đường để xét tính giao nhau ở đây. Một là từ đại số, và một là từ hình học nên nó không đáng ngạc nhiên khi các tính chất của đường cong đã được nghiên cứu trong nhiều thế kỷ.

Mục đích của luận văn này là trình bày lại một số kết quả về đường cong phẳng dựa theo tài liệu "Plane Algebraic Curves" của Gerd Fischer và "Elementary Algebraic Geometry" của Klaus Hulek.

Luận văn này chia làm ba chương:

Chương 1, trình bày một số kiến thức về miền phân tích duy nhất và kết thức. Đây cũng là công cụ cơ bản dùng cho các định nghĩa và chứng minh ở chương sau.

Chương 2, được dành để trình bày về các khái niệm trong đường cong affine và đường cong xạ ảnh, lý thuyết giao... Ngoài ra, còn trình bày về khái niệm điểm kì dị, điểm trơn, đường thẳng tiếp xúc của đường cong...

Chương 3, trình bày sự phân loại đường cong bậc 3 qua tương đương xạ ảnh cũng như sự phân loại đường cong bậc 3 trơn bằng cách sử dụng $J-$bất biến.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Trịnh Sao Linh

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

1.1 Miền phân tích duy nhất

Mục này được dành để nhắc lại định nghĩa và một số kết quả cơ bản về miền phân tích duy nhất. Trước hết ta có định nghĩa phần tử bất khả quy.

Định nghĩa 1.1.1. Cho A là một miền nguyên. Một phần tử $a \in A$ là bất khả quy nếu từ mọi phân tích $a = bc$ với $b, c \in A$, thì hoặc b hoặc c là phần tử khả nghịch trong A.

Xét một phần tử $0 \neq a \in A$. Một phân tích $a = a_1^{n_1} \dots a_r^{n_r}$ với $a_1, \dots, a_r \in A$ là các phần tử bất khả quy và $n_1, \dots, n_r \in \mathbb{N}$ được gọi là một phân tích bất khả quy. Ta nói phân tích bất khả quy đó là duy nhất nếu trong trường hợp a có phân tích bất khả quy khác

$$a = b_1^{m_1} \dots b_s^{m_s},$$

với $b_1, \dots, b_s \in A$ là các phần tử bất khả quy, $m_1, \dots, m_s\mathbb{N}$, thì $s = r$ và sau một cách đánh số lại, ta được $n_i = m_i$, $b_i = \lambda_i a_i$, $i = 1, \dots, r$ với λ_i là các phần tử khả nghịch trong A.

Định nghĩa 1.1.2. Một miền nguyên A là một miền phân tích duy nhất nếu mọi phần tử khác 0 và không khả nghịch trong A đều có một phân tích bất khả quy duy nhất.

Ví dụ 1.1.3. Cho k là một trường. Vành đa thức một biến $k[x]$ là một miền phân tích duy nhất. Bằng cách phân tích một đa thức thành tích các đa thức có bậc thấp hơn, ta thấy một đa thức luôn có phân tích bất khả quy. Sự duy nhất của phân tích đó là hệ quả của thuật toán chia Euclid.

Tính chất phân tích duy nhất khá phổ biến và có ứng dụng quan trọng trong toán học. Một trong những lý do là định lý sau đây.

Định lý 1.1.4. *Vành đa thức trên một miền phân tích duy nhất là một miền phân tích duy nhất.*

Ví dụ 1.1.3 là trường hợp riêng của định lý này. Thật vậy, một trường k luôn là một miền phân tích duy nhất. Do đó, $k[x]$ là miền phân tích duy nhất theo Định lý 1.1.4.

Từ Ví dụ 1.1.3 và Định lý 1.1.4, ta có hệ quả quan trọng sau đối với phần cuối của luận văn.

Hệ quả 1.1.5. *Cho k là một trường, vành đa thức hai biến $k[x,y]$ là một miền phân tích duy nhất.*

Chứng minh. Ta có thể coi $k[x,y] = k[x][y]$ là vành đa thức theo biến y trên vành $k[x]$. Do đó, kết luận là hệ quả trực tiếp của Ví dụ 1.1.3 và Định lý 1.1.4. □