ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG NHUNG

MỘT SỐ DẠNG TOÁN QUỸ TÍCH TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN PHỔ THÔNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - NĂM 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG NHUNG

MỘT SỐ DẠNG TOÁN QUỸ TÍCH TRONG ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN PHỔ THÔNG

Chuyên ngành: **PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP**
Mã số:60 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
PGS.TS. TRỊNH THANH HẢI

THÁI NGUYÊN - NĂM 2015

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên em xin gửi lời cảm ơn chân thành và sâu sắc nhất tới PGS.TS. Trịnh Thanh Hải, người thầy với lòng nhiệt huyết đã luôn chỉ bảo tận tình cho em từ những ngày đầu tiên, đồng thời đưa ra những lời khuyên bổ ích giúp em hoàn thiện luận văn này.

Em cũng xin gửi lời cảm ơn tới các thầy cô, tập thể cán bộ khoa Toán - Tin, trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Ban lãnh đạo và các đồng nghiệp trường Đại học Tân Trào cùng các bạn học viên lớp cao học toán K7C, đã không chỉ trang bị cho em những kiến thức bổ ích mà còn luôn giúp đỡ, tạo điều kiện thuận lợi trong quá trình em học tập tại trường.

Cuối cùng em xin cảm ơn gia đình, bạn bè người thân là những người luôn ủng hộ, động viên em vượt qua những khó khăn để em hoàn thành tốt luận văn.

Thái Nguyên, tháng 12 năm 2015

MỤC LỤC

Trang

PHẦN MỞ ĐẦU

Trong chương trình môn toán ở phổ thông, các bài toán quỹ tích đóng một vai trò đặc biệt quan trọng trong việc giúp học sinh hình thành, phát triển năng lực tư duy và giúp học sinh được tiếp cận với các đối tượng toán học, các mối quan hệ toán học trong quá trình vận động biến đổi của chúng từ đó nhận biết được các yếu tố mang tính quy luật. Tuy nhiên đây cũng là một nội dung khó đối với cả người dạy và người học nên trong thực tế việc nghiên cứu sâu về bài toán quỹ tích thường chỉ được đặt ra đối với học sinh giỏi.

Với mong muốn tìm hiểu, học hỏi và tích lũy thêm kinh nghiệm để phục vụ ngay chính công tác giảng dạy nội dung hình học trong ở trường phổ thông chúng tôi chọn đề tài "**Một số dạng toán quỹ tích trong đề thi học sinh giỏi toán phổ thông**" với mục đích có được một hệ thống bài tập để giúp học sinh khá giỏi khi đứng trước một bài toán quỹ tích, có thể nhanh chóng xác định đúng công cụ, cách tiếp cận để giải quyết đưa ra được lời giải cho bài toán quỹ tích.

Luận văn có các nhiệm vụ cụ thể sau:

(1). Nghiên cứu một số lời giải các bài toán quỹ tích để đưa ra một số cách tiếp cận, một số công cụ thường được sử dụng để giải bài toán quỹ tích trong khuôn khổ kiến thức phổ thông.

(2). Tham khảo đề thi học sinh giỏi, tài liệu tham khảo chọn lọc ra một hệ thống các bài toán quỹ tích để minh họa một cách trực quan các cách giải bài toán quỹ tích.

Chương I

KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1.1. Bài toán quỹ tích

Khái niệm quỹ tích:

Quỹ tích những phần tử có tính chất α là tập hợp tất cả những phần tử có tính α đó. Những phần tử trong quỹ tích có thể là điểm, là đường thẳng, là đường cong... Tập hợp tìm được có thể là vô hạn, hữu hạn (một số điểm rời rạc); thậm trí có thể là một tập hợp rỗng (không có phần tử nào).

Các bước giải bài toán quỹ tích:

Khi giải một bài toán quỹ tích chúng ta thường phải chứng minh hai phần *Thuận* và *Đảo* (hoặc các cặp mệnh đề tương đương).

Xuất phát từ khái niệm quỹ tích ta có

- Gọi A là tập hợp những phần tử M có tính chất α: $A = \{M(\alpha)\}$;

- Gọi F là hình cần tìm (F có thể rỗng).

Thực chất chứng minh một bài toán quỹ tích là chứng minh: $A \equiv F$.

- *Phần thuận:* Chứng minh $A \subseteq F$: Để chứng minh $A \subseteq F$, ta lấy 1 phần tử M bất kỳ thuộc A, ta chứng minh $M \in A$ kéo theo $M \in F$. *Chứng minh điều này là đảm bảo tính không thiếu của quỹ tích*, bất cứ phần tử nào của A đều là của F.

- *Phần đảo:* Chứng minh $F \subseteq A$: Để chứng minh $F \subseteq A$, ta lấy một phần tử M' bất kỳ thuộc F, ta phải chứng minh $M \in F$ kéo theo $M \in A$. *Chứng minh được điều này là đảm bảo tính chất không thừa của quỹ tích*, mọi phần tử của F đều là của A.

Sau khi chứng minh được hai phần trên, ta kết luận: $A \equiv F$.

Trong lý thuyết tập hợp, người ta đã chứng minh: Thuận $\Leftrightarrow$ Phản đảo; Đảo $\Leftrightarrow$ Phản. Vì vậy ngoài cặp mệnh đề Thuận và Đảo, ta còn có các cặp mệnh đề khác tương đương. Sơ đồ các cặp mệnh có thể dùng để chứng minh một bài toán quỹ tích là:

Cặp Thuận và Đảo a) Thuận: $M \in A \Rightarrow M \in F$; b) Đảo: $M \in F \Rightarrow M \in A$.	Cặp Đảo và Phản đảo a) Đảo: $M \in F \Rightarrow M \in A$; b) Phản đảo: $M \notin F \Rightarrow M \notin A$.
Cặp Phản đảo và Phản a) Phản đảo: $M \notin F \Rightarrow M \notin A$; b) Phản: $M \notin A \Rightarrow M \notin F$.	Cặp Thuận và Phản: a) Thuận: $M \in A \Rightarrow M \in F$; b) Phản: $M \notin A \Rightarrow M \notin F$.

Cặp “Thuận và Đảo” thường dùng để tìm quỹ tích. Cặp “Đảo và Phản đảo” thường dùng để chứng minh quỹ tích (sau khi đã tìm ra tập F). Thường hay sử dụng cặp (1) và cặp (2).

Vậy để giải một bài toán quỹ tích chúng ta tiến hành theo 5 bước cơ bản sau: Dự đoán; Chứng minh Thuận; Chứng minh Đảo; Dựng hình và Biện luận.

1.2. Các dạng quỹ tích

1.2.1. Các quỹ tích cơ bản

Một bài toán quỹ tích bao hàm hai yếu tố cơ bản: Yếu tố cố định và yếu tố quỹ tích.

STT	Yếu tố cố định	Mối liên hệ giữa yếu tố quỹ tích với yếu tố cố định	Quỹ tích cơ bản trong hình học phẳng	Quỹ tích cơ bản trong hình học không gian
1	OR	OM = R	Đường tròn tâm O bán kính R	Mặt cầu tâm O bán kính R

2	A và B Góc α	$A\hat{M}B = \alpha$	Hai cung chứa góc α dựng đối xứng nhau qua A, B	Hai chỏm cầu chứa góc α dựng đối xứng nhau qua A, B
3	A và B $\alpha = 90^0$	$\frac{MA}{MB} = k$	Đường tròn đường kính AB	Mặt cầu đường kính AB
4	A và B $\alpha = 0^0$	$\frac{MA}{MB} = k$	Đường tròn Apôlôniút đường kính IJ	Mặt cầu Apôlôniút
5	A và B $(k \neq 0)$	$MA^2 + MB^2 = k^2$	Là đường tròn $\omega(I,\rho)$ I là trung điểm A,B $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{2k^2 - AB^2}$	Là mặt cầu $\omega(I,\rho)$ $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{2k^2 - AB^2}$
6	A và B	MA = MB	Đường thẳng trung trực của AB	Mặt phẳng trung trực của AB
7	$x\hat{O}y$	$ME \perp Ox$ $MF \perp Oy$ $ME = MF$	Hai đường phân giác của $x\hat{O}y$	Hai mặt phẳng phân giác của $x\hat{O}y$
8	Đường thẳng *d* Độ dài *h*	$MH \perp d$ $MH = h$	Hai đưởng thẳng song song cách đều đường thẳng *d* một khoảng *h*	Mặt trụ tròn xoay có trục là đường thẳng *d*.

9	A và B $(k\neq 0)$	$MA^2 = MB^2 = k^2$	Là đường thẳng $d\perp AB$ tại H sao cho $IH = \frac{k^2}{2AB}$ d trung điểm AB)	Mặt phẳng $\perp d$ tại H sao cho $IH = \frac{k^2}{2AB}$

1.2.2. Các quỹ tích không cơ bản

STT	Yếu tố cố định	Mối liên hệ giữa yếu tố quỹ tích với yếu tố cố định	Quỹ tích cơ bản trong hình học phẳng	Quỹ tích cơ bản trong hình học không gian
1	F_1, F_2 $F_1F_2 = 2c$ $(c > 0)$	$MF_1 + MF_2 = 2a$ $(a > c)$	Quỹ tích là Elip	Quỹ tích là mặt Elipxoit tròn xoay
2	F_1, F_2 $F_1F_2 = 2c$ $(c > 0)$	$\lvert MF_1 + MF_2\rvert = 2a$ $(a < c)$	Quỹ tích là Hypecbol	Quỹ tích là mặt Hyperboloid
3	F, (Δ) p	$d(F; (\Delta)) = p$	Quỹ tích là Parabol	Quỹ tích là mặt Paraboloid

1.3. Các hướng giải bài toán quỹ tích thường gặp trong chương trình phổ thông

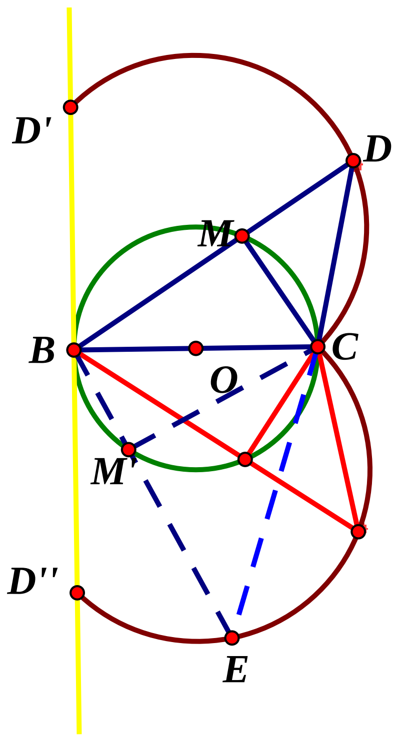
1.3.1. Sử dụng biểu thức hình học tổng hợp:

Trong chương trình phổ thông, học sinh thường giải bài toán quỹ tích theo phương pháp tổng hợp. Sau khi dự đoán sẽ chứng minh thuận, đảo sau đó kết luận.

Ví dụ 1.1.([16])

Cho đường tròn đường kính BC cố định lấy điểm M di động trên đường tròn. Trên tia đối của tia BM lấy điểm D sao cho MD = DB. Tìm quỹ tích của điểm D.

Lời giải



Hình 1.1

- *Phân tích*

+ Chọn vị trí của M trên đường tròn đường kính BC

Lấy điểm M bất kỳ trên cung BC nối B với M và trên BM lấy MD = MC ta được điểm D.

Trên cung BC lấy điểm M gần đến điểm C và cũng làm như trên ta cũng có điểm D thứ 2.

Tương tự lấy điểm M gần điểm B trên cung BC ta cũng được điểm D thứ 3.