ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

o0o

NGUYỄN THỊ KIM ĐỖ

PHƯƠNG PHÁP LẶP HIỆN CHO MỘT LỚP BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

———————o0o———————

NGUYỄN THỊ KIM ĐỖ

PHƯƠNG PHÁP LẶP HIỆN CHO MỘT LỚP BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRONG KHÔNG GIAN BANACH

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG

Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: GS.TS. Nguyễn Bường

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Danh mục các ký hiệu, các chữ viết tắt

E	không gian Banach
E^*	không gian liên hợp của E
$\mathcal{D}(A)$	miền xác định của toán tử A
$\mathcal{R}(A)$	miền giá trị của toán tử A
H	không gian Hilbert
C	tập con lồi đóng của H
I	ánh xạ đơn vị
P_C	phép chiếu mêtric H lên tập con lồi đóng C của H
$x_n \to x$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh tới x
$x_n \rightharpoonup x$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu tới x

Mở đầu

Bất đẳng thức biến phân được Stampacchia và các cộng sự đưa ra nghiên cứu vào những năm đầu của thập kỷ 60 trong khi nghiên cứu bài toán biên của phương trình đạo hàm riêng. Từ đó phương pháp bất đẳng thức biến phân được quan tâm nghiên cứu rộng rãi và trở thành một công cụ hữu hiệu trong việc xây dựng các kỹ thuật để giải số các bài toán cân bằng trong kinh tế tài chính, bài toán vận tải, lý thuyết trò chơi và nhiều bài toán thuộc lĩnh vực vật lý và kỹ thuật. Nhiều bài toán trong toán học được phát triển dưới dạng bất đẳng thức biến phân như bài toán bù phi tuyến, bài toán cân bằng, bài toán tối ưu, bài toán điểm bất động....Do vậy việc nghiên cứu bất đẳng thức biến phân và phương pháp giải bài toán này luôn là đề tài thời sự, được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu.

Một trong những phương pháp giải bất đẳng thức biến phân là dựa trên cách tiếp cận thông qua điểm bất động. Nội dung của phương pháp này là đưa bất đẳng thức biến phân về bài toán tìm điểm bất động của một ánh xạ nghiệm thích hợp. Phương pháp chiếu gradient là một kết quả theo hướng tiếp cận này bằng cách sử dụng phép chiếu mêtric P_C để xây dựng một dãy lặp hội tụ mạnh đến nghiệm của bất đẳng thức biến phân. Phương pháp này có ưu điểm là dễ lập trình và tốc độ hội tụ nhanh. Tuy nhiên với phương pháp này thì việc tính toán ánh xạ chiếu mêtric P_C không đơn giản vì sự phức tạp của tập con lồi đóng bất kỳ C. Để khắc phục khó khăn này, Yamada đã đề xuất phương pháp lai đường dốc nhất vào năm 2001 để giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert. Từ đó đến nay đã có nhiều công trình nhằm mở rộng hướng nghiên cứu của Yamada để giải bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của ánh xạ không giãn.

Mục đích của đề tài luận văn là nghiên cứu kết quả mới đây trong [4] về phương pháp lặp hiện giải bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động chung của một họ vô hạn các ánh xạ không giãn trong không gian Banach lồi chặt, phản xạ, thực với chuẩn khả vi Gâteaux.

Nội dung của luận văn gồm hai chương:

Chương 1: **Một số khái niệm cơ bản**. Chương này đề cập tới một số khái niệm của không gian Banach, ánh xạ j-đơn điệu, ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc, ánh xạ không giãn, ánh xạ co rút không giãn theo tia, bài toán bất đẳng thức biến phân trong không gian Hilbert và bài toán bất đẳng thức biến phân trong không gian Banach.

Chương 2: **Phương pháp lặp hiện cho một lớp bất đẳng thức biến phân trong không gian Banach**. Chương này trình bày hai phương pháp lặp hiện mới.

Thông qua việc hoàn thành luận văn, tác giả nhận thấy rằng các vấn đề được đề cập trong luận văn là rất rộng lớn mà trong khuôn khổ của luận văn chỉ thể hiện được một phần nào. Tuy nhiên những vấn đề được trình bày trong luận văn sẽ là những kiến thức khởi đầu định hướng cho tác giả tiếp cận các vấn đề sau này.

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên dưới sự giúp đỡ và hướng dẫn tận tình của GS.TS Nguyễn Bường. Qua đây, tác giả xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới Thầy, người đã dành nhiều thời gian và tâm huyết để hướng dẫn và tạo điều kiện cho tác giả trong suốt thời gian làm luận văn.

Trong quá trình học tập và làm luận văn, từ bài giảng của các Giáo sư, Phó Giáo sư công tác tại Viện Toán học, Viện Công nghệ Thông tin, các thầy cô trong trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, tác giả đã trau dồi thêm rất nhiều kiến thức phục vụ cho việc nghiên cứu và công tác của bản thân. Tác giả xin gửi lời cảm ơn chân thành đến các thầy cô.

Cuối cùng tác giả xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, bạn bè, lãnh đạo đơn vị công tác và đồng nghiệp đã luôn động viên, giúp đỡ và tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận văn.

Thái Nguyên, tháng 5 năm 2015

Học viên

Nguyễn Thị Kim Đỗ

Chương 1

Một số khái niệm cơ bản

Trong chương này, chúng tôi trình bày một số khái niệm và kết quả về ánh xạ j-đơn điệu, ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc, ánh xạ không giãn và bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập điểm bất động của một họ vô hạn các ánh xạ không giãn. Nội dung của chương này được viết dựa trên các tài liệu [1]-[2] và một số tài liệu trích dẫn trong đó.

1.1 Không gian Banach

1.1.1 Không gian Banach phản xạ, lồi chặt và trơn

Định nghĩa 1.1. Nếu không gian tuyến tính định chuẩn E là một không gian metric đầy đủ (với khoảng cách $d(x, y) = \|x - y\|$) thì E được gọi là không gian Banach hay không gian tuyến tính định chuẩn đầy đủ.

E là một không gian Banach với không gian đối ngẫu là E^*, tức là không gian các phiếm hàm tuyến tính liên tục trên E. Để đơn giản trong việc trình bày, chuẩn của E và E^* được kí hiệu là $\|.\|$. Chúng tôi viết $\langle x, x^* \rangle$ thay vì viết $x^*(x)$ với $x^* \in E^*$ và $x \in E$. Ký hiệu 2^E là một họ các tập con khác rỗng của E. Cho T là một ánh xạ với miền xác định là $\mathcal{D}(T)$ và miền giá trị là $\mathcal{R}(T)$ và $Fix(T)$ là tập điểm bất động của ánh xạ T, nghĩa là

$$Fix(T) = \{x \in \mathcal{D}(T) : T(x) = x\}.$$

Ký hiệu mặt cầu đơn vị của E là S_E, trong đó $S_E = \{x \in E : \|x\| = 1\}$.

Trước hết ta nhắc lại rằng một không gian Banach E được gọi là không gian phản xạ, nếu với mọi phần tử x^{**} của không gian liên hợp thứ hai E^{**} của E, đều tồn tại phần tử $x \in E$ sao cho

$$x^*(x) = x^{**}(x^*), \text{ với mọi } x^* \in E^*.$$

Định nghĩa 1.2. Không gian Banach E được gọi là lồi chặt nếu với mọi $x, y \in E, x \neq y$ mà $\|x\| = 1, \|y\| = 1$ ta có

$$\left\| \frac{x+y}{2} \right\| < 1.$$

Định nghĩa 1.2 còn có thể phát biểu dưới các dạng tương đương sau: Không gian Banach E được gọi là lồi chặt nếu với mọi $x, y \in S_E$ thỏa mãn $\dfrac{\|x+y\|}{2} = 1$ suy ra $x = y$ hoặc với mọi $x, y \in S_E$ và $x \neq y$ ta có $\|tx + (1-t)y\| < 1$ với mọi $t \in (0,1)$.

Định nghĩa 1.3. Không gian Banach E được gọi là lồi đều nếu với mọi $\varepsilon > 0$, tồn tại $\delta(\varepsilon) > 0$ sao cho với mọi $x, y \in E$, $\|x\| = 1$, $\|y\| = 1$, $\|x - y\| \geq \varepsilon$ ta luôn có

$$\left\| \frac{x+y}{2} \right\| \leq 1 - \delta(\varepsilon).$$