ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

- - - - - - o0o - - - - - -

PHẠM VĂN PHÁP

MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

- - - - - - o0o - - - - - -

PHẠM VĂN PHÁP

MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Chuyên ngành: **Phương pháp Toán sơ cấp**
Mã số: **60 46 01 13**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS.TSKH. NGUYỄN VĂN MẬU

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

TÓM TẮT NỘI DUNG **iii**

LỜI CẢM ƠN **iv**

LỜI NÓI ĐẦU **1**

1 Một số kiến thức bổ trợ **2**
1.1 Phương trình một số đường và tham số hóa 2
1.2 Hệ thức Chasles 4
1.2.1 Số đo đại số quãng đường trên đường tròn đơn vị . . 4
1.2.2 Góc lượng giác trên đường tròn đơn vị 5
1.3 Sử dụng tọa độ để chứng minh một số định lý hình học . . 6
1.3.1 Đường thẳng Newton 6
1.3.2 Định lý Pascal 8
1.4 Đường tròn chín điểm và đường thẳng Euler 12

2 Phương pháp tọa độ trong không gian **20**
2.1 Tích vô hướng, tích có hướng của hai véctơ 20
2.2 Bài toán véctơ liên quan tới tam giác, tứ diện 27
2.3 Phương pháp diện tích và phương pháp thể tích 31
2.3.1 Phương pháp diện tích 32
2.3.2 Phương pháp thể tích 41

3 Các dạng toán về mặt phẳng và đường phẳng trong không gian **49**
3.1 Một số dạng toán về mặt phẳng trong không gian 49
3.2 Một số dạng toán về đường thẳng trong không gian 59
3.3 Một số dạng toán khác 65

KẾT LUẬN **76**

TÀI LIỆU THAM KHẢO **76**

TÓM TẮT NỘI DUNG

Luận văn trình bày một số dạng toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian

Luận văn có bố cục: Mở đầu , ba nội dung chính, Kết luận và Tài liệu tham khảo

1. Một số kiến thức bổ trợ

Trình bày phương trình một số đường và tham số hóa gồm có: Phương trình đường thẳng, biểu diễn bán kính đường tròn ngoại tiếp qua tọa độ đỉnh, phương trình tham số đường thẳng; Hệ thức Chasles gồm có: số đo đại số quãng đường trên đường tròn đơn vị, góc lượng giác trên đường tròn đơn vị; sử dụng tọa độ để chứng minh một số định lý hình học gồm có: Bài toán con bướm cho các đường cônic, đường thẳng Newton, định lý Pascal; Đường tròn chín điểm và đường thẳng Euler.

2. Phương pháp tọa độ trong không gian

Trình bày tích vô hướng, tích có hướng của hai vectơ; Bài toán liên quan tới tam giác, tứ diện; Phương pháp diện tích và phương pháp thể tích.

3. Các dạng toán về mặt phẳng và đường thẳng trong không gian

Trình bày một số dạng toán về mặt phẳng như: chứng minh hai mặt phẳng vuông góc, góc giữa hai mặt phẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng; Một số dạng toán vế đường thẳng trong không gian như: chứng minh hai đường thẳng vuông góc, ba đường thẳng đồng quy, ...

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên của luận văn này, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất tới GS. TSKH Nguyễn Văn Mậu, đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình làm và hoàn thiện luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn các thầy, cô giáo khoa Toán - Tin, Phòng Đào tạo , các bạn học viên lớp Cao học Toán K7D của Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, Trường THPT Cẩm Giàng II, đã giúp đỡ, tạo điều kiện thuận lợi và động viên tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Mặc dù có nhiều cố gắng nhưng luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế. Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy cô và bạn bè đồng nghiệp để bản luận văn được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, 2015

Phạm Văn Pháp
Học viên Cao học Toán K7D,
Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

Lời nói đầu

1. Lý do chọn đề tài
Trong chương trình phổ thông các bài tập về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian là những dạng bài tập cơ bản. Để làm rõ và sâu sắc hơn luận văn này trình bày cụ thể một số dạng bài tập cơ bản về đường thẳng và mặt phẳng.
2. Mục đích nghiên cứu
Hệ thống hóa các dạng bài toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu
Các bài toán về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
4. Phương pháp nghiên cứu
Tham khảo, phân tích, hệ thống hóa các tài liệu, chuyên đề nhằm rút ra các kết luận có tính khái quát.
5. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn của đề tài
Đề tài tạo nên một tư liệu lý thú về các bài toán đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
6. Cấu trúc của luận văn
Luận văn gồm ba nội dung chính và phần mở đầu, kết luận.
1. Một số kiến thức chuẩn bị. Trong chương này, tác giả trình bày về các dạng phương trình đường thẳng, biểu diễn bán kính đường tròn ngoại tiếp qua tọa độ đỉnh, sử dụng phương pháp tọa độ để chứng minh một số định lý hình học.
2. Trình bày các định nghĩa tích vô hướng, tích có hướng, tích hỗn tạp; một số bài toán liên quan tới tam giác, tứ diện; phương pháp diện tích và phương pháp thể tích.
3. Trình bày một số dạng toán về mặt phẳng, đường thẳng trong không gian và một số dạng toán khác.
Dù đã nghiêm túc nghiên cứu và rất cố gằng thực hiện luận văn, nhưng với trình độ hạn chế cùng nhiều lý do khác, luận văn chắc chắn không tránh

khỏi những thiếu sót. Kính mong sự góp ý của các Thầy Cô, các bạn đồng nghiệp để luận văn này hoàn chỉnh và nhiều ý nghĩa hơn.

Thái Nguyên, ngày 24 tháng 11 năm 2015

Phạm Văn Pháp

Học viên Cao học Toán K7D, khóa 2014 - 2016

Chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp, trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên

Chương 1

Một số kiến thức bổ trợ

Có nhiều cách giải bài toán hình sơ cấp. Trong chương này sử dụng phương pháp tọa độ để nghiên cứu một số bài hình sơ cấp qua phương trình các đường, các mặt. Phương pháp tọa độ đòi hỏi chúng ta biết sử dụng các phép biến đổi đại số rất thuần thục thông qua các ký hiệu hình thức (xem [2-5]).

1.1 Phương trình một số đường và tham số hóa

Các dạng phương trình đường thẳng: Với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 \neq 0$ ta có

(i) $d : ax + by + c = 0$.

(ii) $t : \dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$.

(iii) Đường thẳng $AB : (y_2 - y_1)x - (x_2 - x_1)y + x_2y_1 - x_1y_2 = 0$ với $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

(iv) Đường thẳng $AB : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ với $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

(v) Giả sử $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó tọa độ giao điểm $A = d_1 \times d_2$ với $x_A = \dfrac{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, y_A = \dfrac{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}}$.

Góc giữa d_1 và d_2 là α với $\tan\alpha = \left|\dfrac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 + b_1b_2}\right| = \left|\dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}{a_1a_2 + b_1b_2}\right|$ và

$$\sin\alpha = \frac{|a_1b_2 - a_2b_1|}{\sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}}, \cos\alpha = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)}}.$$

Giả sử tam giác ABC có $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$. Khi đó diện tích

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Phương trình các đường thẳng chứa các đỉnh

$$BC : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ với } \begin{cases} a_1 = y_2 - y_3 \\ b_1 = x_3 - x_2 \\ c_1 = x_2y_3 - x_3y_2 \end{cases}$$

$$CA : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \text{ với } \begin{cases} a_2 = y_3 - y_1 \\ b_2 = x_1 - x_3 \\ c_2 = x_3y_1 - x_1y_3 \end{cases}$$

$$AB : a_3x + b_3y + c_3 = 0 \text{ với } \begin{cases} a_3 = y_1 - y_2 \\ b_3 = x_2 - x_1 \\ c_3 = x_1y_2 - x_2y_1. \end{cases}$$

Nếu giải hệ phương trình, ngược lại để tính x_i, y_i qua các a_j, b_j, c_j, ta có

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{b_2c_3 - b_3c_2}{a_2b_3 - a_3b_2}, y_1 = \frac{a_3c_2 - a_2c_3}{a_2b_3 - a_3b_2} \\ x_2 &= \frac{b_3c_1 - b_1c_3}{a_3b_1 - a_1b_3}, y_2 = \frac{a_1c_3 - a_3c_1}{a_3b_1 - a_1b_3} \\ x_3 &= \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, y_3 = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}. \end{aligned}$$