

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN VĂN THÁI

MỘT SỐ ĐỊNH LÝ VỀ KHỐI ĐA DIỆN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên, năm 2015

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

NGUYỄN VĂN THÁI

MỘT SỐ ĐỊNH LÝ VỀ KHỐI ĐA DIỆN

**Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số: 60 46 01 13**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

**Người hướng dẫn khoa học:
TS. NGUYỄN VĂN MINH**

Thái Nguyên, năm 2015

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học khoa học - Đại học Thái Nguyên với sự hướng dẫn của TS. Nguyễn Văn Minh - Trưởng khoa Cơ bản trường Đại học Kinh tế và Quản trị kinh doanh- Đại học Thái Nguyên. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đối với sự quan tâm hướng dẫn của Thầy, tới các thầy cô trong Ban giám hiệu, Phòng đào tạo trường Đại học Khoa học-Đại học Thái Nguyên.

Đồng thời tác giả xin cảm ơn tới tập thể lớp Cao học Toán K7Q - Trường Đại học khoa học đã động viên, giúp đỡ trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin cảm ơn Sở giáo dục - Đào tạo tỉnh Quảng Ninh, Ban giám hiệu và đồng nghiệp trường THPT Vũ Văn Hiếu thành phố Hạ Long đã tạo điều kiện cho tác giả học tập và hoàn thành khóa học.

Tác giả xin chân thành cảm ơn.

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2015

Tác giả

Nguyễn Văn Thái

Mục lục

Lời cảm ơn	i
Bảng kí hiệu	iii
Mở đầu	1
1 Các kiến thức cơ bản	3
1.1 Một số tiên đề của hình học không gian	3
1.2 Một số cách xác định mặt phẳng	3
1.3 Quan hệ song song	4
1.3.1 Hai đường thẳng song song	4
1.3.2 Đường thẳng song song với mặt phẳng	4
1.3.3 Hai mặt phẳng song song	5
1.4 Quan hệ vuông góc	5
1.4.1 Góc giữa hai đường thẳng, hai đường thẳng vuông góc	5
1.4.2 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	6
1.4.3 Góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc .	6
1.4.4 Khoảng cách	6
1.5 Thể tích khối đa diện	7
2 Khối tứ diện	8
2.1 Một số khái niệm cơ bản	8
2.2 Các định lý về khối tứ diện	17
2.3 Bất đẳng thức liên quan đến tứ diện	32
3 Khối đa diện	39
3.1 Đa diện - Khối đa diện	39
3.2 Định lý Euler về khối đa diện	43
3.3 Định lý về khối đa diện	46
3.4 Một số bài toán và hệ quả của định lý Euler	54
3.5 Thể tích của các khối đa diện	62
3.5.1 Phân hoạch của khối đa diện	62
3.5.2 Thể tích của khối đa diện	63
Kết luận	71
Tài liệu tham khảo	72

Bảng kí hiệu

Δ	: Tam giác
S	: Diện tích đa giác
p	: Số đỉnh của đa diện
a	: Số cạnh của đa diện
f	: Số mặt của đa diện
V	: Thể tích
h	: Chiều cao đa diện
R	: Bán kính cầu ngoại tiếp
r	: Bán kính cầu nội tiếp
d	: Khoảng cách
E	: Khối đa diện
D	: Miền đa giác
$X(E)$: Đặc số Euler của đa diện E .

Lời mở đầu

Trong vật lý, hóa học, sinh học ta đều học được một bài học: nếu biết rõ thành phần nhỏ nhất cấu tạo nên vật chất, ta sẽ hiểu rõ được bản chất của vật chất. Trong hình học cũng vậy, nếu biết rõ thành phần cơ bản cấu tạo nên hình học, ta sẽ hiểu rõ hình học. Ý nghĩa căn bản của hình học từ thời nguyên thủy đã sống lại: hình học không phải là sản phẩm thuần túy của tư duy, mà là bức tranh của tự nhiên do con người vẽ ra theo khả năng nhận thức, và vì thế sự phản ánh đó không bao giờ đầy đủ và chính xác tuyệt đối.

Tuy nhiên, nhận thức và trải nghiệm của con người ngày càng sâu sắc để nhận ra rằng tự nhiên tuy đa dạng, phức tạp, nhưng được cấu trúc theo những mô hình xác định. Khám phá cấu trúc ấy chính là bản chất của hình học. Trong hình học, thành phần đơn giản nhất là điểm, đường thẳng và mặt phẳng. Vì thế việc nghiên cứu mối quan hệ giữa điểm, đường và mặt mang ý nghĩa nền tảng của hình học. Hệ tiên đề hình học chính là tập hợp những mệnh đề về những mối quan hệ nền tảng đó. Trên nền tảng ấy, trong không gian 3 chiều, hình đơn giản nhất là tứ diện. Mọi hình khối 3 chiều đều có thể coi là tổ hợp của các tứ diện. Vì thế việc nghiên cứu tứ diện là chìa khóa để hiểu rõ tất cả các hình trong không gian 3 chiều. Các bài toán và định lý về tứ diện đóng vai trò cốt lõi trong nghiên cứu hình học 3 chiều.

Điều đặc biệt lý thú là bài toán 3 chiều bài toán về khối đa diện. Điều này nói lên rằng vũ trụ được xây dựng theo cấu trúc tầng tầng lớp lớp lặp đi lặp lại những cấu trúc nhất định. Các tầng cao hơn, rộng hơn, tuy phức tạp hơn nhưng thực ra cũng được xây dựng trên những nguyên lý cấu trúc nhất quán. Điều này có thể ví như sự sống tuy có cấu trúc vô cùng phức tạp và đa dạng, nhưng tất cả đều dựa trên cấu trúc DNA. “Phân tử DNA” của hình học 3 chiều là Tứ diện (Tetrahedron). Tứ diện là một hình không gian 3 chiều khép kín được giới hạn bởi 4 mặt. Không gian ấy được xác định bởi 4 điểm không đồng phẳng. Mỗi điểm là một đỉnh của tứ diện. Mỗi đỉnh ứng với một góc tam diện. 3 đỉnh xác định một mặt của tứ diện. Mỗi cặp 2 mặt của tứ diện xác định một nhị diện. Cạnh của nhị diện chính là cạnh của tứ diện. Tứ diện có 6 cạnh, chia làm 3 cặp, mỗi cặp gồm 2 cạnh chéo nhau, gọi là 2 cạnh đối. Giống như tam giác có 4 đường chủ yếu là trung tuyến, phân giác, trung trực, đường cao, tứ diện cũng có những đường và mặt chủ yếu. Việc khảo sát những đường và mặt chủ yếu ấy sẽ cung cấp một cái nhìn toàn cảnh và sâu rộng về tứ diện.

Ngoài phần mở đầu và phần kết luận, luận văn gồm 3 chương:

Chương 1. Các kiến thức cơ bản.

Trong chương này, tôi trình bày các khái niệm trong hình học không gian.

Chương 2. Khối tứ diện.

Chương này trình bày một số khái niệm về khối tứ diện, các tứ diện đặc biệt, một số định lý về khối tứ diện và một số bài toán được dịch ra từ tài liệu tiếng Nga, một số bài thi vô địch các nước, khu vực.

Chương 3. Khối đa diện.

Chương này trình bày về định nghĩa khối đa diện tổng quát, tính chất của khối đa diện. Định lý Euler về khối đa diện, định lý A.Đ. Alechxandrop và thể tích của khối đa diện.

Chương 1

Các kiến thức cơ bản

1.1 Một số tiên đề của hình học không gian

Tiên đề 1.1.1. *Qua hai điểm phân biệt trong không gian có một và chỉ một đường thẳng duy nhất.*

Tiên đề 1.1.2. *Qua ba điểm không thẳng hàng có một và chỉ một mặt phẳng duy nhất.*

Tiên đề 1.1.3. *Một đường thẳng có hai điểm nằm trong một mặt phẳng thì nó nằm trong mặt phẳng ấy.*

Tiên đề 1.1.4. *Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì có một đường thẳng chung đi qua điểm ấy.*

Chú ý. Người ta gọi đường thẳng chung của hai mặt phẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng.

1.2 Một số cách xác định mặt phẳng

- Qua ba điểm không thẳng hàng xác định duy nhất được một mặt phẳng.
- Qua hai đường thẳng cắt nhau xác định duy nhất được một mặt phẳng.
- Qua hai đường thẳng song song xác định duy nhất được một mặt phẳng.
- Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó xác định duy nhất được một mặt phẳng.

1.3 Quan hệ song song

1.3.1 Hai đường thẳng song song

- Hai đường thẳng được gọi là song song với một đường thẳng nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng: Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
- Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó .
- Ba đoạn thẳng nối trung điểm của các cạnh đối diện của một tứ diện đồng quy tại trung điểm G của mỗi đoạn. Điểm G đó còn được gọi là trọng tâm của tứ diện.
- Một mặt phẳng được xác định nếu nó đi qua hai đường thẳng song song.

1.3.2 Đường thẳng song song với mặt phẳng

- Một đường thẳng và một mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.
- Một đường thẳng (Không nằm trên mặt phẳng (P)) song song với (P) khi và chỉ khi nó song song với một đường thẳng nằm trong (P) .
- Nếu mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a , a song song với mặt phẳng (P) , thì giao tuyến của (P) và (Q) (nếu có) song song với a .
- Hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.
- Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Khi đó, luôn tồn tại duy nhất mặt phẳng (P) chứa a song song với b .

1.3.3 Hai mặt phẳng song song

- Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.
- Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau và song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q).
- Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, tồn tại duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- Cho hai mặt phẳng song song với nhau, nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Định lý Thales.

- Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn tương ứng tỷ lệ.
- Giả sử trên hai đường thẳng chéo nhau a và a' lần lượt lấy thứ tự các điểm A, B, C và A', B', C' sao cho:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \quad (1.1)$$

Khi đó ba đường AA', BB', CC' lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, tức là chúng cùng song song với một mặt phẳng.

1.4 Quan hệ vuông góc

1.4.1 Góc giữa hai đường thẳng, hai đường thẳng vuông góc

- Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a_1 và a_2 cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với d_1 và d_2 .
- Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .