

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

**NGUYỄN VĂN THANH**

**GÓC ĐỊNH HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG**

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**Thái Nguyên - 2015**

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

**NGUYỄN VĂN THANH**

**GÓC ĐỊNH HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG**

**Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp**

**Mã số: 60 46 01 13**

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

**NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC**

**PGS.TS. NGUYỄN VIỆT HẢI**

**Thái Nguyên - 2015**

# Mục lục

<b>Lời cam đoan</b>	<b>iii</b>
<b>Lời cảm ơn</b>	<b>iv</b>
<b>Danh sách hình vẽ</b>	<b>1</b>
<b>Mở đầu</b>	<b>2</b>
<b>1 Xây dựng mặt phẳng định hướng</b>	<b>4</b>
1.1 Định hướng mặt phẳng . . . . .	4
1.1.1 Định hướng mặt phẳng theo hình học phổ thông . . . . .	4
1.1.2 Định hướng mặt phẳng bằng công cụ tọa độ . . . . .	6
1.1.3 Định hướng mặt phẳng theo hệ tiên đề của Choquet . . . . .	7
1.2 Đường thẳng định hướng. Độ dài đại số . . . . .	13
1.3 Góc định hướng . . . . .	15
1.3.1 Góc định hướng của hai vector . . . . .	15
1.3.2 Góc định hướng giữa hai tia . . . . .	16
1.3.3 Góc định hướng giữa hai đường thẳng . . . . .	21
1.4 Một số sự kiện hình học theo ngôn ngữ góc định hướng . . . . .	26
1.4.1 Xét góc định hướng tạo bởi hai tia . . . . .	26
1.4.2 Xét góc định hướng của hai đường thẳng . . . . .	30
Kết luận Chương 1 . . . . .	34
<b>2 Giải toán hình học trong mặt phẳng định hướng</b>	<b>35</b>
2.1 Các bài toán ứng dụng đường thẳng định hướng . . . . .	35

2.1.1	Hàng điểm điều hòa . . . . .	35
2.1.2	Định lý Stewart . . . . .	36
2.1.3	Một số ứng dụng . . . . .	38
2.2	Ứng dụng góc định hướng giải các bài toán chứng minh . . . . .	42
2.2.1	Phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song và ba điểm thẳng hàng . . . . .	42
2.2.2	Phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc . . . . .	45
2.2.3	Phương pháp chứng minh các điểm đồng viên . . . . .	49
2.3	Ứng dụng góc định hướng giải các bài toán quỹ tích . . . . .	54
2.4	Các ứng dụng khác . . . . .	60
2.5	Một số bài toán . . . . .	65
	Kết luận Chương 2 . . . . .	69
	<b>Kết luận và Đề nghị</b>	<b>70</b>
	<b>Tài liệu tham khảo</b>	<b>71</b>

## **Lời cam đoan**

Tôi xin cam đoan luận văn này là công trình do tôi tổng hợp và nghiên cứu. Trong luận văn tôi có sử dụng một số tài liệu tham khảo như đã nêu trong phần "Tài liệu tham khảo".

*Thái Nguyên, ngày 25 tháng 11 năm 2015*

Tác giả

**Nguyễn Văn Thanh**

## Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành với sự hướng dẫn của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, nguyên là giảng viên cao cấp Trường Đại học Hải Phòng. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới Thầy hướng dẫn, tới các thầy cô giáo Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Đồng thời tác giả xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp cao học Toán K7B - Trường Đại học Khoa học đã động viên giúp đỡ trong quá trình học tập và làm luận văn này.

Tác giả xin cảm ơn Sở Giáo dục - Đào tạo Thành phố Hải Phòng, Ban Giám hiệu và các đồng nghiệp Trường THPT An Dương, huyện An Dương, Thành phố Hải Phòng đã tạo điều kiện về mọi mặt để tác giả được tham gia học tập và hoàn thành chương trình đào tạo Thạc sĩ Toán, chuyên ngành "Phương pháp Toán sơ cấp".

Tác giả

**Nguyễn Văn Thanh**

## Danh sách hình vẽ

Hình vẽ	Trang
1.1	5
1.2	11
1.3	13
1.4	14
1.5	16
1.6	17
1.7	17
1.8	18
1.9	19
1.10	19
1.11	20
1.12	20
1.13	21
1.14	22
1.15	22
1.16	23
1.17	23
1.18	24
1.19	24
1.20	24
1.21	25

1.22	.....	28
1.23	.....	31
1.24	.....	31
2.1	.....	37
2.2	.....	39
2.3	.....	40
2.4	.....	42
2.5	.....	43
2.6	.....	44
2.7	.....	45
2.8	.....	46
2.9	.....	46
2.10	.....	47
2.11	.....	48
2.12	.....	50
2.13	.....	51
2.14	.....	51
2.15	.....	53
2.16	.....	54
2.17	.....	55
2.18	.....	55
2.19	.....	57
2.20	.....	58
2.21	.....	59
2.22	.....	61
2.23	.....	62
2.24	.....	63



# Mở đầu

Trong giáo trình hình học sơ cấp ở các trường đại học sư phạm mà tôi đã đọc các tác giả đều có đề cập đến đường thẳng định hướng mặt phẳng định hướng; chẳng hạn có thể xem các giáo trình “Hình học sơ cấp” trong [5, 6, 7]. Trong các giáo trình đó, các tác giả đều đơn giản hóa các chứng minh liên quan đến mặt phẳng định hướng và góc định hướng, hơn nữa vì khuôn khổ của một giáo trình không cho phép các tác giả đi sâu vào các ứng dụng của các công cụ này trong việc giải các loại toán hình học.

Để nghiên cứu sâu thêm các tính chất và bổ sung thêm các bài toán ứng dụng đường thẳng định hướng và góc định hướng vào việc giải toán phổ thông, coi như đây là một công cụ mạnh, hữu hiệu trong giải toán hình học. Chúng tôi muốn đi sâu vào đề tài "*Góc định hướng và ứng dụng*". Đó là lý do nghiên cứu của tác giả luận văn.

Luận văn được chia làm hai chương.

- *Chương 1. Xây dựng mặt phẳng định hướng.* Sau khi nêu cách định hướng mặt phẳng dựa từ các công cụ khác nhau, chúng tôi nhắc lại bổ sung thêm về đường thẳng định hướng, độ dài đại số, góc định hướng giữa hai tia và góc định hướng giữa hai đường thẳng, nội dung của chương này là các kiến thức chuẩn bị cho chương sau. Kết quả nổi bật ở đây là chúng tôi đã chứng minh chặt chẽ hệ thức Chales trong mọi trường hợp. Tiếp theo đó là các sự kiện hình học được chuyển sang ngôn ngữ của độ dài đại số hay góc định hướng.
- *Chương 2. Giải toán hình học trong mặt phẳng định hướng.* Chương 2 là trọng tâm của luận văn. Chúng tôi bắt đầu ứng dụng độ dài đại số và góc định hướng để trình bày phương pháp giải các bài toán hình học: Chứng minh tính song song, tính thẳng hàng, tính vuông góc, tính đồng viên của các điểm, giải các bài

toán quỹ tích,... và các ứng dụng khác.

Các bài toán đưa ra trong luận văn là những bài toán khó, điển hình cho các loại và hay gặp trong các kỳ thi học sinh giỏi toàn quốc, thậm chí trong các kỳ thi quốc tế. Việc sử dụng góc định hướng sẽ giúp lời giải ngắn gọn, rõ ràng không phụ thuộc vào hình vẽ. Hơn nữa, góc định hướng giúp định nghĩa các phép biến hình, từ đó mở ra những ứng dụng khác.

Dù đã rất nghiêm túc thực hiện luận văn, nhưng vì nhiều lý do khác nhau, luận văn chắc chắn còn nhiều thiếu sót. Kính mong các Thầy Cô và các anh chị em đồng nghiệp góp ý để bản luận văn này hoàn thiện hơn. Tác giả xin chân thành cảm ơn.

*Thái Nguyên, ngày 25 tháng 11 năm 2015*

Tác giả

**Nguyễn Văn Thanh**