ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM THỊ MỸ LƯƠNG

VỀ SỰ TỒN TẠI NGHIỆM VÀ PHƯƠNG PHÁP CHIẾU GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG ĐƠN ĐIỆU MẠNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM THỊ MỸ LƯƠNG

VỀ SỰ TỒN TẠI NGHIỆM VÀ PHƯƠNG PHÁP CHIẾU GIẢI BÀI TOÁN CÂN BẰNG ĐƠN ĐIỆU MẠNH

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

GS.TSKH. LÊ DŨNG MƯU

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cam đoan

Luận văn thạc sỹ: **"Về sự tồn tại nghiệm và phương pháp chiếu giải bài toán cân bằng đơn điệu mạnh"** được thực hiện bởi tác giả Phạm Thị Mỹ Lương - học viên lớp Cao học Toán Ứng Dụng 2014 - 2016, cùng sự hướng dẫn của GS.TSKH. Lê Dũng Mưu - Viện Toán học - Viện Hàm lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam. Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi, không trùng với bất kỳ nghiên cứu nào khác.

Thái Nguyên, ngày 24 tháng 11 năm 2015

Học viên

Phạm Thị Mỹ Lương

Lời cảm ơn

Bản luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn nhiệt tình và sự chỉ bảo nghiêm khắc của GS.TSKH. Lê Dũng Mưu. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất đến thầy. Trong quá trình học tập, tôi đã nhận được sự quan tâm giúp đỡ và sự giảng dạy nhiệt tình của PGS. Lê Thị Thanh Nhàn, PSG Tạ Duy Phượng, GS. Trần Vũ Thiệu, TS. Nguyễn Thị Thu Thủy cùng các thày, cô giáo tham gia giảng dạy khóa học 2014 - 2016, những người đã tâm huyết giảng dạy và trang bị cho tôi nhiều kiến thức cơ sở.

Xin chân thành cảm ơn TS. Nguyễn Thị Thu Thủy đã động viên, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập.

Xin gửi lời cảm ơn đến Ban giám hiệu, phòng Đào tạo, khoa Toán - Tin Trường ĐHKH, Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong sướt quá trình học tập tại trường.

Xin chân thành cảm ơn các anh chị, các bạn học viên cao học, bạn bè, đồng nghiệp đã luôn quan tâm, động viên, giúp đỡ tôi trong quá trình học tập và quá trình làm luận văn. Tuy bản thân có nhiều cố gắng, song thời gian và năng lực của bản thân có hạn nên luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong được sự đóng góp quý báu của các thày, cô cùng bạn đọc.

Thái Nguyên, 2015 **Phạm Thị Mỹ Lương**

Học viên Cao học Toán K7Y,

Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

Danh sách ký hiệu

$\mathbb{R}$	không gian số thực
H	không gian Hilbert thực
$N_C(x)$	nón pháp tuyến tại điểm x trên tập C
$Fix(S)$	tập điểm bất động của ánh xạ S
$P_C(x)$	phép chiếu trực giao của điểm x trên tập C
$\langle x, y\rangle$	tích vô hướng của hai vectơ x và y
$\delta_C(.)$	hàm chỉ trên C
$\|x\|$	chuẩn của vectơ x
$x^n \to x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^n \rightharpoonup x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ yếu tới x
$x := y$	x được gán bằng y
$\forall x$	mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$\varnothing$	tập rỗng

Danh sách hình vẽ

Mở đầu

Cho $\mathcal{H}$ là không gian Hilbert thực với tích vô hướng <.,.> và chuẩn $\|.\|$. Giả sử C là tập lồi, đóng, khác rỗng và $f : C \times C \to \mathbb{R}$ sao cho $f(x,x) = 0$ với mọi $x \in C$. Đối tượng của luận văn cao học này là bài toán cân bằng (còn được gọi là bất đẳng thức Ky Fan). Bài toán được phát biểu như sau:
Tìm

$$x^* \in C : f(x^*, y) \geqslant 0, \forall y \in C \qquad (EP)$$

Bài toán (EP) là một bài toán tổng quát với ý nghĩa là các bài toán tối ưu, bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa, bài toán điểm bất động Kakutani, mô hình cân bằng Nash cho trò chơi không hợp tác,... như là các trường hợp đặc biệt của nó. Khi f là hàm lồi và khả vi dưới theo biến thứ 2 trên tập C thì từ phương pháp giải bài toán tối ưu ta có thể phát triển để giải bài toán (EP).
Trong những năm gần đây, phương pháp giải bài toán (EP) đã thu hút nghiên cứu. Một trong những phương pháp phổ biến nhất là phương pháp điểm gần kề. Phương pháp này được Martinet giới thiệu đầu tiên cho bất đẳng thức biến phân và sau đó đó đã được mở rộng bởi Rockafellar cho việc tìm kiếm các không điểm của một toán tử đơn điệu cực đại. Moudafi và Konnov tiếp tục mở rộng phương pháp điểm gần kề cho bài toán (EP) với song hàm f đơn điệu và đơn điệu yếu.
Một phương pháp giải khác cho bài toán (EP) là nguyên lý bài toán phụ. Nguyên lý này đã được Cohen giới thiệu đầu tiên cho bài toán tối ưu và sau đó mở rộng cho bất đẳng thức biên phân. Gần đây, Mastreni tiếp tục mở rộng nguyên lý bài toán phụ cho bài toán (EP) khi song hàm f đơn điệu mạnh thỏa mãn điều kiện kiểu Lipschitz. Còn Noor sử dụng nguyên lý bài toán phụ để phát triển các thuật toán lặp giải bài toán

(EP) với song hàm f đơn điệu mạnh từng phần.

Các phương pháp bó, đạo hàm mở rộng là những phương pháp phát triển trong ngành toán học, bất đẳng thức biến phân mới gần đây đã được mở rộng cho bài toán (EP).

Mục đích của luận văn là trình bày những kiến thức cơ bản nhất và bài toán cân bằng (EP). Đặc biệt, luận văn đi sâu vào trình bày sự tồn tại nghiệm và phương pháp chiếu giải bài toán (EP) trong trường hợp song hàm đơn điệu mạnh.

Bản luận văn này gồm những nội dung sau:

- Giới thiệu những điểm cơ bản nhất về bài toán cân bằng:
    - Phát biểu bài toán
    - Các trường hợp riêng
    - Định lý tồn tại nghiệm tổng quát
- Trình bày sự tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán cân bằng đơn điệu
- Giới thiệu hai thuật toán để giải bài toán cân bằng đơn điệu mạnh.

Dù đã nghiêm túc nghiên cứu và rất cố gắng thực hiện luận văn, nhưng với trình độ hạn chế cùng nhiều lý do khác, luận văn chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót. Kính mong sự góp ý của các Thầy Cô, các bạn và các anh chị đồng nghiệp để luận văn này hoàn chỉnh và nhiều ý nghĩa hơn.

Thái Nguyên, ngày 24 tháng 11 năm 2015

Phạm Thị Mỹ Lương

Học viên Cao học Toán lớp Y, khóa 2013-2015

Chuyên ngành Toán ứng dụng

Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên

Email: `Myluonghnue@gmail.com`

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Chương này trình bày một số kiến thức cơ bản nhất về: không gian Hilbert; tập lồi, hàm lồi và một số ví dụ. Các kiến thức trong chương này được trích từ tài liệu $[1-4]$.

1.1 Không gian Hilbert

Định nghĩa 1.1.1. *Không gian định chuẩn thực gọi là không gian tuyến tính thực X nếu với mỗi phần tử $x \in X$ ta có một số $\|x\|$ (được gọi là chuẩn của x), thỏa mãn các điều kiện:*

i) $\|x\| \geqslant 0$ *với mọi* $x \neq 0$, $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$,

ii) $\|x+y\| \leqslant \|x\| + \|y\|$ *với mọi* $x, y \in X$,

iii) $\|\alpha x\| \leqslant |\alpha| \cdot \|x\|$ *với mọi* $x \in X$, *mọi* $\alpha \in \mathbb{R}$.

Định nghĩa 1.1.2. *Cho $\mathcal{H}$ là không gian tuyến tính thực và $\underset{(x,y)\mapsto\langle x,y\rangle}{\mathcal{H} \times \mathcal{H} \to \mathbb{R}}$ thỏa mãn các điều kiện:*

i) $\langle x, x\rangle \geqslant 0$ với mọi $x \in \mathcal{H}$, $\langle x, x\rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$,

ii) $\langle x, y\rangle = \langle y, x\rangle$ với mọi $x, y \in \mathcal{H}$,

iii) $\langle \lambda x, y\rangle = \lambda \langle x, y\rangle$ với mọi $x, y \in \mathcal{H}$, $\lambda \in \mathbb{R}$,

iv) $\langle x+y, z\rangle = \langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle$ với mọi $x, y, z \in \mathcal{H}$.