ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM THU HẰNG

ĐỒNG NHẤT THỨC CỦA ĐA THỨC FIBONACCI, ĐA THỨC LUCAS VÀ ỨNG DỤNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

PHẠM THU HẰNG

ĐỒNG NHẤT THỨC CỦA ĐA THỨC FIBONACCI, ĐA THỨC LUCAS VÀ ỨNG DỤNG

Chuyên ngành: Phương pháp Toán sơ cấp
Mã số: 60 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

TS. VŨ HOÀI AN

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Mục lục i

Lời cảm ơn ii

Mở đầu 1

1 Đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas 4

1.1 Dãy số Fibonacci, dãy số Lucas 4

1.1.1 Định nghĩa và ví dụ dãy Fibonacci và dãy Lucas . . . 4

1.1.2 Một số tính chất của dãy Fibonacci và dãy Lucas . . 9

1.2 Đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas 11

2 Ứng dụng đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas đối với số nguyên 37

2.1 Các đồng nhất thức trong toán học phổ thông 37

2.2 Ứng dụng đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas đối với số nguyên 44

Kết luận 52

Tài liệu tham khảo 53

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc với TS. Vũ Hoài An, đã trực tiếp hướng dẫn tận tình và động viên tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu vừa qua.

Xin chân thành cảm ơn tới các thầy, cô giáo trong Bộ môn Toán - Tin, Phòng Đào tạo Khoa học và Quan hệ quốc tế , các bạn học viên lớp Cao học Toán K7D trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên, và các bạn đồng nghiệp đã tạo điều kiện thuận lợi, động viên tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới gia đình và người thân luôn khuyến khích, động viên tác giả trong suốt quá trình học tập và làm luận văn.

Mặc dù có nhiều cố gắng nhưng luận văn khó tránh khỏi những thiếu sót và hạn chế. Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, 2015 **Phạm Thu Hằng**

Học viên Cao học Toán K7D,

Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Dãy số Fibonacci là dãy vô hạn các số tự nhiên bắt đầu bằng hai phần tử 0 và 1, các phần tử sau đó được thiết lập theo quy tắc mỗi phần tử luôn bằng tổng hai phần tử trước nó. Hơn nữa, sau 4 số đầu tiên trong dãy, tỷ lệ của một số bất kỳ với số liền trước gần bằng 1,618. Đây là tỉ lệ vàng và được ứng dụng trong nhiều ngành khoa học và mỹ thuật.

Dãy số Lucas khác dãy số Fibonacci ở hai phần tử thứ nhất và thứ hai, còn công thức truy hồi thì giống nhau. Do vậy, dãy số Lucas có những tính chất khác dãy số Fibonacci. Kí hiệu dãy số Fibonacci, dãy số Lucas lần lượt là F_n và L_n.

Đa thức Fibonacci $F_n(x)$ và đa thức Lucas $L_n(x)$ được định nghĩa như sau:

$F_0(x) = 0, F_1(x) = 1$ và $F_{n+1}(x) = x.F_n(x) + F_{n-1}(x)$ với mọi $n \geq 1$.

$L_0(x) = 2, L_1(x) = x$ và $L_{n+1}(x) = x.L_n(x) + L_{n-1}(x)$ với mọi $n \geq 1$.

Nếu $x = 1$ thì $F_n(1) = F_n$ và $L_n(1) = L_n$.

Tìm hiểu, nghiên cứu $F_n(x), L_n(x)$ là công việc có ý nghĩa. Chẳng hạn, nếu ta thiết lập được đồng nhất thức của $F_n(x), L_n(x)$ thì ta thiết lập được đồng nhất thức của F_n, L_n. Mặt khác, đa thức $F_n(x), L_n(x)$ sẽ có ứng dụng trong Toán học phổ thông: đây là chủ đề bồi dưỡng học sinh giỏi, nó xuất hiện nhiều trong báo Toán học Tuổi trẻ, trong các tài liệu toán nâng cao, trong các đề thi học sinh giỏi.

Trong [2], Nguyễn Thu Trang đã nghiên cứu số Fibonacci, dãy số Lucas. Sự liên hệ giữa phương trình Diophantine với dãy số Fibonacci, dãy số Lucas đã được đề cập trong [1]. Trong [5], Wang Ting Ting và Zhang Wenpeng đã thiết lập các đồng nhất thức chứa đa thức Fibonacci, đa thức Lucas và đưa ra các ứng dụng của nó. Các đồng nhất thức liên quan đến đạo hàm được trình bày trong [4]. Theo hướng nghiên cứu này, chúng tôi xem xét vấn đề: ***Đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas và ứng dụng***.

2. Mục đích, nhiệm vụ và phương pháp nghiên cứu

Mục đích của luận văn là tổng hợp và trình bày một số đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas trong , [3], [4] và [5]. Ngoài ra, chúng tôi đã đưa ra phương pháp ứng dụng các đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas trong toán học phổ thông. Cụ thể là: Khi có một đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas, ta cho biến số nhận giá trị 1, thì ta có một hệ thức đối với dãy Fibonacci, dãy Lucas.

Hơn nữa, ta có thể thiết lập các đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas bằng cách kết hợp giữa các đẳng thức hoặc bất đẳng thức trong toán học phổ thông với các đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas đã có. Khi đó ta lại cho các biến nhận giá trị 1 và nhận được các hệ thức với dãy Fibonacci, dãy Lucas.

3. Nội dung nghiên cứu

Luận văn trình bày các kết quả trong [4], [5] và ứng dụng của nó trong toán phổ thông. Cụ thể là:

- Trình bày 24 định lý từ Định lý 1.2.1 đến Định lý 1.2.24;

- Trình bày 10 ví dụ về đẳng thức và bất đẳng thức trong toán học phổ thông từ Ví dụ 2.1.1 đến Ví dụ 2.1.10;

- Trình bày 10 ví dụ minh họa việc thiết lập các đồng nhất thức mới bằng cách kết hợp giữa các hệ thức của toán học phổ thông và các đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas: từ Ví dụ 2.2.1 đến Ví dụ 2.2.10.

- Trình bày Ví dụ 2.2.11, 2.2.12 minh họa cho phương pháp ứng dụng: khi có một đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas, ta cho biến nhận giá trị 1 thì nhận được đồng nhất thức đối với dãy Fibonacci, dãy Lucas.

4. Cấu trúc luận văn

Luận văn được chia thành hai chương với nội dung chính như sau:

Chương 1 trình bày đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas.

Chương 2 trình bày ứng dụng đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas đối với số nguyên trong toán học phổ thông.

Thái Nguyên, ngày 20 tháng 11 năm 2015

Phạm Thu Hằng

Email: bongtombeo@gmail.com

Chương 1

Đồng nhất thức của đa thức Fibonacci, đa thức Lucas

Nội dung chủ yếu của Chương 1 trình bày các kết quả trong [4], [5] thông qua 24 định lý, từ Định lý 1.2.1 đến Định lý 1.2.24. Trước tiên chúng tôi nhắc lại dãy số Fibonacci, dãy số Lucas đã được đề cập trong [1], [2].

1.1 Dãy số Fibonacci, dãy số Lucas

1.1.1 Định nghĩa và ví dụ dãy Fibonacci và dãy Lucas

Định nghĩa 1.1.1. Dãy $\{F_n\}$ các số Fibonacci được định nghĩa bởi hệ thức truy hồi sau

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 2, \tag{1.1}$$

với các giá trị ban đầu

$$F_0 = 0, \ F_1 = 1.$$

Ví dụ 1.1.1. Theo định nghĩa, ta có dãy Fibonacci:

$$0, \ 1, \ 1, \ 2, \ 3, \ 5, \ 8, \ 13, \ 21, \ 34, \ 55, \ 89, \ 144, \ldots$$

Ví dụ 1.1.2. Dãy số Fibonacci và quy luật tự nhiên:

a) Sự sắp xếp các cánh hoa trên một bông hoa

b) Số lượng các đường xoắn ốc (hoặc đường chéo)

Hình 1.1: Hoa một cánh.

Hình 1.2: Hoa hai cánh.

Hình 1.3: Hoa ba cánh.

Hình 1.4: Hoa năm cánh.

Hình 1.5: Hoa tám cánh.

Hình 1.6: Hoa 13 cánh.

Không chỉ ở số cánh hoa, dãy số Fibonacci còn hiện hữu một cách đáng ngạc nhiên hơn bạn nghĩ. Khi bạn quan sát nhị của bông hoa hướng dương, nhìn từ tâm ra, theo hai hướng cùng chiều và ngược chiều kim đồng hồ, bạn sẽ thấy các đường xoắn ốc. Và có một điều lạ là, số đường xoắn ốc đó luôn là một số thuộc dãy Fibonacci theo từng cặp: 21 và 34, hoặc 34, 55, hoặc 55, 89, hoặc 89 và 144.

Tương tự, khi bạn quan sát một hạt thông (nón thông): số đường xoắn ốc theo các hướng khác nhau luôn là các cặp số thuộc dãy số bí ẩn: 8 và 13; 5 và 8…

Và cũng như vậy đối với quả dứa: số đường chéo tạo bởi các mắt dứa theo các hướng chéo nhau cũng lần lượt là 8 và 13 hoặc 13 và 21….tùy kích thước.

c) Sự mọc chồi của cây