

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LÂM THỊ THOA

**PHƯƠNG PHÁP CHIẾU GIẢI BÀI TOÁN
BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRÊN
TẬP NGHIỆM CỦA BÀI TOÁN CÂN BẰNG**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC**

LÂM THỊ THOA

**PHƯƠNG PHÁP CHIẾU GIẢI BÀI TOÁN
BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN TRÊN
TẬP NGHIỆM CỦA BÀI TOÁN CÂN BẰNG**

Chuyên ngành: Toán ứng dụng

Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS. TS. PHẠM NGỌC ANH

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Mục lục	ii
Lời cảm ơn	iii
Danh sách ký hiệu	iv
Mở đầu	1
1 Kiến thức chuẩn bị	4
1.1 Tập lồi, hàm lồi, nón pháp tuyến và phép chiếu	4
1.1.1 Tập lồi và hàm lồi	4
1.1.2 Nón pháp tuyến	7
1.1.3 Phép chiếu	8
1.2 Hàm đơn điệu	10
1.3 Bài toán bất đẳng thức biến phân	15
1.3.1 Phát biểu bài toán	15
1.3.2 Sự tồn tại nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân	16
1.4 Bài toán cân bằng	17
1.4.1 Phát biểu bài toán	17
1.4.2 Sự tồn tại nghiệm của bài toán cân bằng	17
1.5 Kết luận	19

2 Phương pháp chiếu giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng	20
2.1 Phương pháp chiếu giải bài toán bất đẳng thức biến phân . . .	21
2.2 Phương pháp chiếu giải bài toán cân bằng	26
2.3 Ứng dụng giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng	32
2.4 Kết luận	41
Kết luận	42
Tài liệu tham khảo	43

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thiện tại Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới PGS.TS. Phạm Ngọc Anh (Học viện Bưu chính Viễn thông) đã trực tiếp hướng dẫn tận tình và động viên tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu và viết luận văn.

Trong quá trình học tập và nghiên cứu, thông qua các bài giảng, các buổi hội thảo seminar, tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ cũng như những ý kiến đóng góp quý báu của các thầy cô Trường Đại học Khoa học Thái Nguyên, Học viện Bưu chính Viễn thông, các bạn học viên lớp cao học toán K7Y. Tác giả xin chân thành cảm ơn!

Xin gửi tới lời cảm ơn sâu sắc tới Ban Lãnh đạo Trường Đại học Hải Dương, các đồng nghiệp trong khoa Toán Kinh tế - Kỹ thuật đã luôn bên cạnh động viên, tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả học tập và nghiên cứu.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới gia đình và người thân, những người đã luôn khuyến khích và động viên tác giả trong suốt quá trình nghiên cứu và làm luận văn.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng nhưng luận văn khó tránh khỏi thiếu sót và hạn chế, tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của thầy cô và bạn đọc để luận văn được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, 2015

Lâm Thị Thoa

*Học viên Cao học Toán K7D,
Trường ĐH Khoa học - ĐH Thái Nguyên*

Danh sách ký hiệu

H	không gian Hilbert thực
$\ x\ $	chuẩn của véc tơ x
$\langle x, y \rangle$	tích vô hướng của hai véc tơ x và y
$\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} = \overline{\mathbb{R}}$	tập số thực mở rộng
$A \times B$	tích Đề - Các của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	tập hợp A giao với tập hợp B
$A \subset B$	tập A là con thực sự của tập B
$A \subseteq B$	tập A là con của tập B
I	ánh xạ đồng nhất
$dom f$	miền hữu dụng của f
$epi f$	tập trên đồ thị hàm f
$\operatorname{argmin}\{f(x) : x \in C\}$	tập các điểm cực tiểu của hàm f
$\partial f(x)$	dưới vi phân của hàm lồi f tại x
δ_C	hàm chỉ trên C
$N_C(x)$	nón pháp tuyến của điểm x trên tập C
$d_C(x)$	hàm khoảng cách từ x đến tập C
$x^n \rightarrow x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^n \rightharpoonup x$	dãy $\{x^n\}$ hội tụ yếu tới x

\limsup	giới hạn trên
\liminf	giới hạn dưới
$Pr_C(x)$	hình chiếu của x lên C
$EP(f, C)$	bài toán cân bằng
$Sol(f, C)$	tập nghiệm bài toán cân bằng
$VI(F, C)$	bài toán bất đẳng thức biến phân
$Sol(F, C)$	tập nghiệm bài toán bất đẳng thức biến phân
Fix	bài toán điểm bất động
$Fix(S)$	tập điểm bất động của ánh xạ S

Mở đầu

Bài toán bất đẳng thức biến phân cổ điển là bài toán tìm một điểm $x^* \in C$ sao cho

$$\langle Fx^*, x - x^* \rangle \geq 0 \quad \forall x \in C,$$

trong đó, C là một tập con, lồi, đóng, khác rỗng của một không gian Hilbert thực H và một ánh xạ $F : H \rightarrow H$, thường được gọi là ánh xạ giá. Bài toán này, kí hiệu bởi $VI(F, C)$, là một bài toán cơ bản trong lý thuyết tối ưu. Bởi vậy, khá nhiều bài toán tối ưu khác có thể được chuyển về bài toán $VI(F, C)$. Bài toán này cũng được nghiên cứu mở rộng trong các thập kỉ gần đây, ví dụ như trong hai số sách được viết bởi Facchinei và Pang (xem [8]) và các bài báo nghiên cứu khác. Bài toán bất đẳng thức biến phân được phát triển và trở thành một công cụ hữu hiệu để nghiên cứu và giải bài toán cân bằng trong nhiều lĩnh vực khác nhau như kinh tế tài chính, kỹ thuật, vận tải, lý thuyết trò chơi... (xem [7]). Gần đây, bài toán bất đẳng thức biến phân với ràng buộc là tập nghiệm của bài toán cân bằng cũng là một đề tài được nhiều người quan tâm nghiên cứu vì vai trò quan trọng của nó trong lý thuyết toán học và trong ứng dụng thực tế.

Một trong những hướng nghiên cứu quan trọng của bài toán này là việc xây dựng các phương pháp giải. Có rất nhiều phương pháp giải khác nhau như: phương pháp dựa trên kỹ thuật hàm chặn, phương pháp dựa trên cách tiếp cận điểm bất động... Song ở góc độ ứng dụng, phương pháp chiếu có thể coi là một phương pháp khá đơn giản, hữu hiệu trong lý thuyết tối ưu nói

chung và trong việc giải bài toán bất đẳng thức biến phân và bài toán cân bằng nói riêng. Hơn nữa, phương pháp chiếu giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng là khá đơn giản và hữu hiệu với rất nhiều các thuật toán hiện có. Vì vậy, đề tài luận văn "**Phương pháp chiếu giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng**" trình bày về một phương pháp chiếu gần đây là cần thiết và có ý nghĩa khoa học về thuật toán và ứng dụng.

Hiện nay có khá nhiều phương pháp giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng như phương pháp đạo hàm tăng cường mở rộng cho bài toán bất đẳng thức biến phân hai cấp, phương pháp điểm gần kề xấp xỉ và các phương pháp khác (xem [6]). Trong luận văn này, tôi trình bày một phương pháp khá hiệu quả được đề xuất bởi nhóm các tác giả Hiên - Vương - Strodiot trong bài báo "*On extragradient - viscosity methods for solving equilibrium and fixed point problems in a Hilbert space*", Phan Tu Vuong, Jean Jacques Strodiot and Van Hien Nguyen, Vol. 64, No. 2, pp. 429-451, Optimization, 2015.

Luận văn gồm hai chương:

Chương 1: Kiến thức chuẩn bị

Nội dung gồm các kiến thức cơ bản về tập lồi, hàm lồi, nón pháp tuyến và phép chiếu trên một không gian Hilbert thực. Nhắc lại một số định nghĩa mở rộng về tính đơn điệu của một ánh xạ F và một song hàm f . Phát biểu bài toán và trình bày một số kết quả về sự tồn tại, tính duy nhất nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán cân bằng.

Chương 2: Ứng dụng giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm bài toán cân bằng.

Nội dung chương 2 trình bày phương pháp chiếu hai lần để giải bài toán bất đẳng thức biến phân và bài toán cân bằng trong một không gian Hilbert

thực. Đặc biệt là ứng dụng phương pháp chiếu để giải bài toán bất đẳng thức biến phân trên tập nghiệm của bài toán cân bằng.

Thái Nguyên, ngày 20 tháng 11 năm 2015

Lâm Thị Thoa

Email: uhdthoalam.edu@gmail.com