ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRẦN VĂN NGỌC

SỬ DỤNG PHÉP DỜI HÌNH ĐỂ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN HÌNH HỌC

LUẬN VĂN THẠC SỸ

Chuyên ngành : PHƯƠNG PHÁP TOÁN SƠ CẤP
Mã số : 60 46 01 13

Giáo viên hướng dẫn:
TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG

THÁI NGUYÊN, 2015

Mục lục

Mở đầu

Phép dời hình chiếm một vị trí quan trọng trong hình học sơ cấp nói chung và các phép biến hình nói riêng. Việc sử dụng nó để giải quyết các bài toán hình học nhiều khi là rất cần thiết; đặc biệt trong nhiều bài toán nếu không sử dụng phép dời hình thì việc tìm một lời giải trở nên khó khăn cho người học toán, hơn nữa sử dụng phép dời hình sẽ giúp cho bài giải trở lên ngắn gọn và súc tích hơn.

Phép dời hình là một công cụ quan trọng trong hình học, nó xuất hiện như một điều tất yếu của sự phát triển tư duy toán học- tư duy biến hình. Trong mỗi bài toán có sử dụng phép dời hình để giải thì nó là một mắt xích quan trọng, một định hướng thông suất trong quá trình tư duy. Ngoài ra, phép dời hình còn là một công cụ tư duy hữu ích để phát triển các bài toán và cho ta một cách nhìn mới đối với bài toán đó. Điều đó khiến cho người học toán không những phát triển được kiến thức hình học của mình mà còn cung cấp cho họ một cái nhìn sâu hơn về bài toán. Ngoài phần mở đầu, phần kết luân, luận văn gồm 2 chương.

Chương 1. Chương này trình bày định nghĩa về phép dời hình trong mặt phẳng và các tính chất cơ bản của nó. Ngoài ra trong chương này trình bày các phép dời hình đặc biệt là: phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép quay. Trình bày sự xác định và dạng chính tắc của một phép dời hình trong mặt phẳng. Vận dụng phép dời hình để giải toán hình học phẳng.

Chương 2. Chương này trình bày kiến thức cơ bản về phép biến hình và dời hình trong không gian: Định nghĩa, Tích các phép biến hình, Các phần tử bất động của phép biến hình, các phép dời hình đặc biệt trong không gian. Vận dụng phép dời hình để giải toán không gian. Luận văn này đươc hoàn thành với sự hướng dẫn và chỉ bảo tận tình của TS. TRẦN VIỆT

CƯỜNG, Trường ĐHSP Thái Nguyên. Là người học trò đã tiếp thu được nhiều điều từ thầy, tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đối với sự quan tâm, động viên và sự tâm huyết chỉ bảo, hướng dẫn của thầy.

Tác giả xin chân thành cảm ơn tới các thầy cô giáo trong Trường Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên, Phòng Đào tạo Trường Đại học Khoa học. Đồng thời tác giả xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao học toán K7N, Trường Đại học Khoa học đã động viên giúp đỡ tác giả trong quá trình học tập và làm luận văn này.

Tác giả xin cảm ơn tới Sở GD- ĐT tỉnh Nam Định, Ban Giám hiệu, các đồng nghiệp Trường THPT Trực Ninh đã tạo mọi điều kiện giúp đỡ tác giả trong thời gian học tập và làm luận văn này.

Tuy nhiên, do năng lực bản thân và thời gian nghiên cứu có hạn nên không tránh khỏi những thiếu sót, tác giả rất mong nhận được sự chỉ bảo và đóng góp ý kiến của các thầy cô cùng độc giả quan tâm đến luận văn này.

Thái Nguyên, tháng 04 năm 2015

Học viên

Trần Văn Ngọc

Chương 1

PHÉP DỜI HÌNH TRONG MẶT PHẲNG

1.1 Đại cương về phép biến hình trong mặt phẳng

1.1.1 Phép biến hình trong mặt phẳng

Ta kí hiệu tập hợp tất cả các điểm của mặt phẳng là P, khi đó mỗi hình H bất kỳ của P là một tập con của P và ta ký hiệu là $H \subset P$.

Định nghĩa 1. *Một song ánh $f : P \to P$ từ tập điểm của P lên chính nó được gọi là một phép biến hình của mặt phẳng P.*
Phép biến hình biến mọi điểm M của P thành chính nó gọi là phép đồng nhất. Ký hiệu là e.

Ví dụ 1. *Cho đường thẳng d. Với mỗi điểm M, ta xác đinh điểm M' là hình chiếu vuông góc của M lên d thì ta được một phép biến hình (gọi là phép chiếu vuông góc lên đường thẳng d).*

1.1.2 Tích các phép biến hình

Một phép biến hình $f : P \to P$ biến một điểm M bất kỳ của P thành một điểm M' rồi lại dùng tiếp một phép biến hình thứ hai g:$P \to P$ để biến M' thành M'' . Ta có $M' = f(M)$ và $M'' = g(M')$.

Khi đó phép biến hình h biến M thành M'' gọi là tích của hai phép biến hình f và g và ký hiệu là $h = g \circ f$.

Nhận xét 1. *Tích của các phép biến hình không có tính chất giao hoán.*

1.1.3 Các phần tử bất biến trong một phép biến hình

Một điểm M thuộc P là điểm kép (điểm bất động) đối với phép biến hình f nếu $f(M) = M$.

1.2 Phép dời hình trong mặt phẳng

1.2.1 Định nghĩa

Định nghĩa 2. *Một phép biến hình $f : P \to P$ được gọi là một phép dời hình nếu trong mặt phẳng P với hai điểm M, N bất kỳ và hai ảnh của chúng là $M' = f(M), N' = f(N)$ ta luôn luôn có $M'N' = MN$.*

Nhận xét 2. .
- Phép đồng nhất e là một phép dời hình.
-Đảo ngược của một phép dời hình là một phép dời hình.

1.2.2 Tính chất

Theo định nghĩa thì phép dời hình có các tính chất sau.

Tính chất 1. *.Phép dời hình biến ba điểm A, B, C thẳng hàng với B nằm giữa A và C thành ba điểm A', B', C' thẳng hàng với B' nằm giữa A' và C'.*

Hệ quả 1. *Phép dời hình biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến một tia thành một tia, biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng bằng nó.*

Hệ quả 2. *Phép dời hình biến một tam giác thành một tam giác bằng nó, biến một góc thành góc bằng nó, biến một đường tròn thành một đường tròn cùng bán kính.*

Tính chất 2. *Tích của hai phép dời hình là một phép dời hình.*

Chứng minh. Cho hai phép dời hình f và g. Ta hãy xét tính chất của phép biến hình $g \circ f$. Giả sử A, B là hai điểm bất kỳ và ta có $f(A) =$

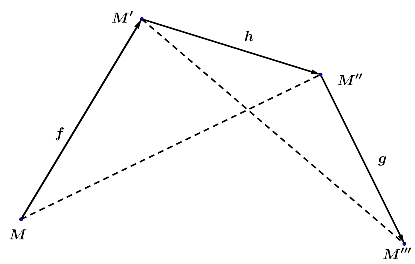
$A', g(A') = A$", $f(B) = B', g(B') = B$". Vì f và g đều là phép dời hình nên ta có $AB = A'B', A'B' = A$"B". Như vậy phép biến hình $g \circ f$ đã biến điểm A thành điểm A", biến điểm B thành điểm B" thoả mãn điều kiện A"B" $= AB$. Do đó tích của hai phép dời hình $g \circ f$ là một phép dời hình.

Hệ quả 3. *Tích của n phép dời hình là một phép dời hình.*

Hệ quả 4. *Tích của một phép dời hình với phép đảo ngược của nó là một phép đồng nhất.*

Tính chất 3. *Tích các phép dời hình có tính chất kết hợp.*

Chứng minh. Giả sử g, h, f là các phép dời hình, ta cần chứng minh $(g \circ h) \circ f = g \circ (h \circ f)$ (hình 1.1). Thật vậy giả sử f biến M thành M', h biến M' thành M" và g biến M" thành M'''. Ta có $g \circ h$ là một phép dời hình biến M' thành M''' và do đó $(g \circ h) \circ f$ biến M thành M'''. Mặt khác $h \circ f$ biến M thành M" và $g \circ (h \circ f)$ biến M thành M'''. Vậy $(g \circ h) \circ f = g \circ (h \circ f)$ và cả hai đều biến điểm M thành M''' với mọi đểm M trong mặt phẳng.



Hình 1.1:

Tính chất 4. *Tập hợp các phép dời hình lập thành một nhóm các phép biến hình với phép toán là tích các phép biến hình.*

Ta có tích của hai phép dời hình là một phép dời hình. Do đó tích các phép dời hình đóng kín với phép toán đã cho. Mặt khác tập hợp các phép dời hình có tính chất kết hợp và trong tập hợp các phép dời hình có phần tử đơn vị là phép đồng nhất và bất cứ phép dời hình nào cũng có phép dời hình đảo ngược của nó.

Vậy tập hợp các phép dời hình lập thành một nhóm gọi là nhóm các phép dời hình.

1.3 Một số phép dời hình đặc biệt trong mặt phẳng

1.3.1 Phép đối xứng trục

Định nghĩa 3. *Trong mặt phẳng P cho một đường thẳng d cố định, phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho đoạn thẳng MM' nhận đường thẳng d làm đường trung trực thì phép biến hình đó gọi là phép đối xứng trục d.*

Đường thẳng d gọi là trục đối xứng. Ta ký hiệu phép đối xứng trục này là Đ$_d$. Nếu điểm M thuộc đường thẳng d thì ta lấy M' trùng với M.

Tính chất 5. *Phép đối xứng trục là một phép dời hình.*

Chứng minh. Giả sử M, N là hai điểm bất kỳ trong mặt phẳng và phép đối xứng trục Đ$_d$ biến các điểm M, N thành các điểm M', N'. Khi đó các đoạn thẳng MM', NN' cùng vuông góc với trục d tại trung điểm H, K của chúng (hình 1.2) .

Ta có $\overrightarrow{MH} = -\overrightarrow{M'H}$ và $\overrightarrow{KN} = -\overrightarrow{KN'}$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HK} + \overrightarrow{KN}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}^2 = \overrightarrow{MH}^2 + \overrightarrow{HK}^2 + \overrightarrow{KN}^2 + 2\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{KN}$ (vì $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{HK} = 0$ và $\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{KN} = 0$.

Tương tự ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M'N'}^2 &= \overrightarrow{M'H}^2 + \overrightarrow{HK}^2 + \overrightarrow{KN'}^2 + 2\overrightarrow{M'H}.\overrightarrow{KN'}\\ &= (-\overrightarrow{MH}^2) + (\overrightarrow{HK^2}) + (-\overrightarrow{KN^2}) + 2(-\overrightarrow{MH})(-\overrightarrow{KN})\\ &= \overrightarrow{MN}^2\end{aligned}$$

Do đó $\overrightarrow{M'N'}| = |\overrightarrow{MN}|$.