ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRỊNH THỊ HÀ

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TIKHONOV CHO BÀI TOÁN QUY HOẠCH VỚI RÀNG BUỘC LÀ BÀI TOÁN BÙ TỔNG QUÁT

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

TRỊNH THỊ HÀ

PHƯƠNG PHÁP HIỆU CHỈNH TIKHONOV CHO BÀI TOÁN QUY HOẠCH VỚI RÀNG BUỘC LÀ BÀI TOÁN BÙ TỔNG QUÁT

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:

GS.TS. NGUYỄN BƯỜNG

Thái Nguyên - 2015

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của GS.TS. Nguyễn Bường. Em xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Thầy.

Em xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Khoa Toán - Tin, Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ em trong suốt thời gian học tập tại Trường.

Nhân dịp này em cũng xin được gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn bên em, cổ vũ, động viên, giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập và thực hiện khóa luận tốt nghiệp.

Mở đầu

Nhiều vấn đề trong thực tế chúng ta gặp phải như khoa học, công nghệ, kinh tế,..., tồn tại một lớp các bài toán mà nghiệm không ổn định theo nghĩa một thay đổi nhỏ của dữ liệu đầu vào sẽ dẫn đến những thay đổi lớn của dữ liệu đầu ra (nghiệm của bài toán), thậm chí còn làm cho bài toán trở nên vô nghiệm. Người ta nói những bài toán đó không chính quy hay đặt không chỉnh. Vì vậy cần phải có những phương pháp giải ổn định các bài toán đặt không chỉnh sao cho khi sai số của dữ liệu càng nhỏ thì nghiệm xấp xỉ tìm được càng gần với nghiệm đúng của bài toán xuất phát.

Do tầm quan trọng đặc biệt của lý thuyết này mà nhiều nhà toán học nước ngoài và Việt Nam đã dành phần lớn thời gian và công sức của mình cho việc nghiên cứu các phương pháp hiệu chỉnh để giải các bài toán đặt không chỉnh. Trong khuôn khổ luận văn này chúng tôi xin được trình bày đề tài: *"Phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov cho bài toán quy hoạch với ràng buộc là bài toán bù tổng quát"*. Luận văn được tổng hợp từ bài báo của GS. TS. Nguyễn Bường cùng với cộng sự Nguyễn Thị Thúy Hoa.

Mục đích của luận văn này là trình bày lại một kết quả mới đây của GS.TS. Nguyễn Bường và cộng sự về phương pháp hiệu chỉnh Browder-Tikhonov tìm nghiệm của bài toán quy hoạch với ràng buộc là bài toán bù trên không gian Euclid n chiều.

Ngoài phần mở đầu, kết luận, danh mục các tài liệu tham khảo, bố cục của luận văn được trình bày trong hai chương.

- *Chương 1. Các khái niệm và vấn đề cơ bản*. Trình bày các khái niệm cơ bản về không gian Euclid n chiều. Tiếp theo giới thiệu bài toán đặt không chỉnh. Đồng thời cũng trình bày định nghĩa toán tử hiệu chỉnh và phương pháp đường dốc nhất.

- *Chương 2. Phương pháp tìm nghiệm của bài toán quy hoạch với ràng buộc là bài toán bù tổng quát*.

Luận văn được hoàn thành tại Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của GS.TS. Nguyễn Bường. Mặc dù tác giả đã hết sức cố gắng nhưng do vấn đề nghiên cứu là khá phức tạp và kinh nghiệm nghiên cứu còn hạn chế nên không trành khỏi thiếu sót. Trong quá trình viết luận văn cũng như xử lý văn bản chắc chắn không tránh khỏi những sai sót nhất định. Tác giả rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của quý thầy cô và các bạn để luận văn được hoàn thiện hơn.

Thái Nguyên, ngày 10 tháng 6 năm 2015

Trịnh Thị Hà
Học viên Cao học Toán Lớp 7A, khóa 06/2013-06/2015
Chuyên ngành Toán ứng dụng
Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên
Email: `trinhha170184@gmail.com`

Chương 1

Các khái niệm và vấn đề cơ bản

Chương này gồm ba mục, trình bày một số khái niệm cơ bản được sử dụng liên quan tới nội dung nghiên cứu của đề tại. Mục 1.1 nêu vấn đề, tính chất và ví dụ về không gian Euclid n chiều. Mục 1.2 nêu khái niệm, ví dụ về bài toán đặt không chỉnh và định nghĩa toán tử hiệu chỉnh. Mục 1.3 trình bày nội dung và sự hội tụ của phương pháp đường dốc nhất.

1.1 Không gian Euclid n chiều

1.1.1 Không gian vectơ

Định nghĩa 1.1. Xét tập V khác rỗng mà mỗi phần tử ta quy ước là một vectơ trên trường số thực $\mathbb{R}$, giả sử trong V ta định nghĩa được hai phép toán: phép cộng vectơ và phép nhân một vectơ với một số thực.

Phép cộng vectơ là một luật hợp thành trên V cho phép tạo ra từ một cặp vectơ $x, y \in V$ một vectơ duy nhất gọi là tổng của chúng, kí hiệu là $x + y$.

Phép nhân một vectơ với một số, còn gọi là phép nhân với vô hướng, là một luật hợp thành ngoài trên V cho phép tạo ra từ một vectơ $x \in V$ và một số thực $k \in \mathbb{R}$ một vectơ duy nhất gọi là tích của chúng, kí hiệu là kx.

Nếu mười yêu cầu sau thỏa mãn với mọi $x, y, z \in V$ và mọi $k, l \in \mathbb{R}$ thì tập V gọi là một không gian vectơ trên trường $\mathbb{R}$.

(1) Nếu $x, y \in V$ thì $x + y \in V$.

(2) $x + y = y + x, \forall x, y \in V$.

(3) $x + (y + z) = (x + y) + z, \forall x, y, z \in V$

(4) Tồn tại vectơ $\theta \in V$ sao cho

$$\theta + x = x + \theta = x, \forall x \in V.$$

Phần tử θ gọi là phần tử trung hòa của phép $+$ (hay của V).

(5) Với mỗi $x \in V$ tồn tại vectơ $-x \in V$ sao cho

$$x + (-x) = (-x) + x = \theta.$$

Phần tử $(-x)$ gọi là phần tử đối xứng (hay phần tử đối) của x.

(6) Nếu $k \in \mathbb{R}$ và $x \in V$ thì $kx \in V$.

(7) $k(x + y) = kx + ky$.

(8) $(k + l)x = kx + lx$.

(9) $k(lx) = (kl)x$.

(10) $1.x = x$.

Chú ý: yêu cầu (1) là tính đóng kín của phép cộng vectơ. Yêu cầu (6) là tính đóng kín của phép nhân với vô hướng. Yêu cầu (2) nói lên tính giao hoán của phép cộng vectơ. Yêu cầu (3) nói lên tính kết hợp của phép cộng vectơ. Mười yêu cầu (1) - (10) gọi là mười tiên đề của không gian vectơ.

1.1.2 Không gian Euclid

Định nghĩa 1.2. Cho V là một không gian vectơ, u và v là hai vectơ của V. Tích vô hướng của u và v là một số thực, kí hiệu là $\langle u, v\rangle$, thỏa mãn các tính chất sau gọi là các tiên đề của tích vô hướng:

(1) $\langle u, v\rangle$ xác định đối với mọi cặp $u, v \in V$;

(2) $\langle u, v\rangle = \langle v, u\rangle$;

(3) $\langle u + v, w\rangle = \langle u, w\rangle + \langle v, w\rangle$;

(4) $\langle ku, u\rangle = k\langle u, v\rangle$;

(5) $\langle u, u\rangle \geq 0$ và $\langle u, u\rangle = 0 \Leftrightarrow u = \theta$.

Không gian vectơ V có trang bị một tích vô hướng gọi là không gian có tích vô hướng. Không gian vô hạn chiều có tích vô hướng gọi là không gian Euclid.

Định nghĩa 1.3. Không gian vectơ V được gọi là không gian n chiều ($1 \leq n$ nguyên) nếu trong V tồn tại n vectơ độc lập tuyến tính và không tồn tại quá n vectơ độc lập tuyến tính.

Khi đó ta nói số chiều của không gian V là n và kí hiệu là $\dim(V)$.

Định nghĩa 1.4. V là một không gian vectơ, $S = \{x_1, \ldots, x_n\} \subset V$. Xét điều kiện:

$$c_1x_1 + \ldots + c_nx_n = \theta. \tag{$*$}$$

Nếu điều kiện ($*$) chỉ xảy ra khi $c_1 = 0, \ldots, c_n = 0$ thì ta nói họ S độc lập tuyến tính.

Định nghĩa 1.5. V là một không gian vectơ với hai phép tính: cộng vectơ và nhân vectơ với một số, W là một tập con của V. Nếu với hai phép tính trên W cũng là một không gian vectơ thì W được gọi là không gian vectơ con của V.

• Ví dụ về không gian Euclid n chiều.
Trong $\mathbb{R}^n$ với $u = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$, $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ thì biểu thức tọa độ của tích vô hướng trong $\mathbb{R}^n$:

$$\langle u, v\rangle := u_1v_1 + u_2v_2 + \ldots + u_nv_n.$$

$\mathbb{R}^n$ là một không gian Euclid n chiều.

• Tính chất của không gian Euclid n chiều:

(a) Phần tử trung hòa θ là duy nhất.

(b) Phần tử đối xứng của bất kỳ phần tử x nào thuộc V cũng là duy nhất.

(c) $\forall x \in V$ ta đều có $0x = \theta$.

(d) $\forall x \in V$ ta đều có $-x = (-1)x$.

(e) $\forall k \in \mathbb{R}$ ta đều có $k\theta = \theta$.

(f) Với $x \in V$, và $k \in \mathbb{R}$ ta có: nếu $kx = \theta$ thì hoặc $k = 0$ hoặc $x = \theta$.