



T.0000023532

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KIẾN TRÚC HÀ NỘI
PGS. TS. ĐẶNG QUỐC LƯƠNG



CƠ HỌC CƠ SỞ

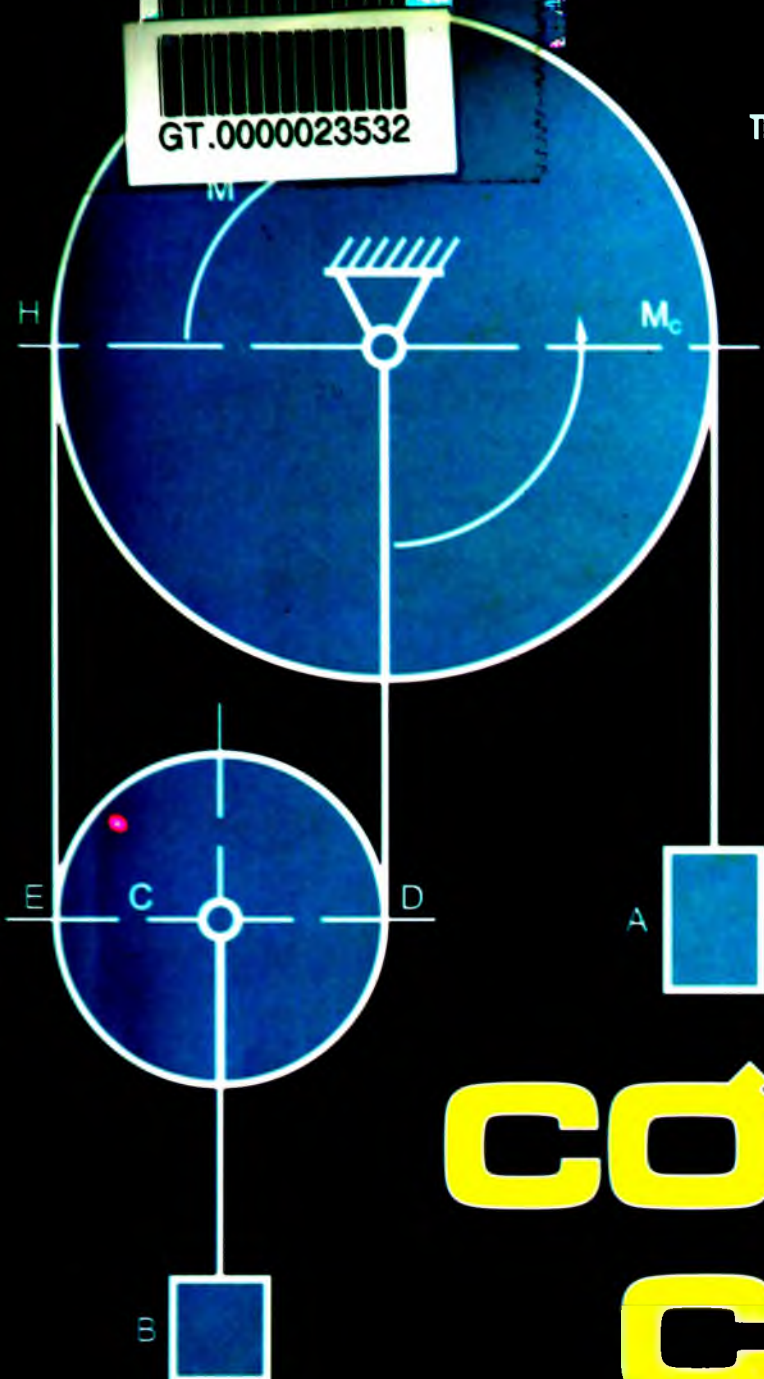
TẬP II
ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG



GT.0000023532

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KIẾN TRÚC HÀ NỘI
PGS. TS. ĐẶNG QUỐC LƯƠNG



CƠ HỌC CƠ SỞ

TẬP II
ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KIẾN TRÚC HÀ NỘI
PGS. TS. ĐẶNG QUỐC LƯƠNG

CƠ HỌC CƠ SỞ

TẬP II

ĐỘNG HỌC VÀ ĐỘNG LỰC HỌC

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG
HÀ NỘI - 2009

LỜI NÓI ĐẦU

Giáo trình Cơ học cơ sở tập 1 phần Tĩnh học đã được xuất bản năm 2007. Để phục vụ cho yêu cầu giảng dạy và học tập, chúng tôi cho xuất bản cuốn sách Cơ học cơ sở tập 2 phần Động học và Động lực học.

Theo Quyết định của Ban giám hiệu Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội, từ năm 2008 sinh viên sẽ được đào tạo theo hệ thống tín chỉ. Do đó thời lượng dành cho các môn học lại một lần nữa được rút gọn. Môn Cơ học cơ sở gồm hai học phần: Cơ học cơ sở 1 (Tĩnh học) dành cho các ngành: Xây dựng, Công trình ngầm, Kiến trúc, Quy hoạch, Vật liệu, Đô thị, Quản lý xây dựng đô thị với thời lượng 30 tiết. Cơ học cơ sở 2 (Động học và Động lực học) dành cho ngành Xây dựng, Công trình ngầm với thời lượng 45 tiết. Vì thời lượng giảng dạy trên lớp còn ít, nên khi biên soạn cuốn Cơ học cơ sở tập 2 này, chúng tôi cố gắng trình bày các vấn đề khá tỉ mỉ, đưa vào nhiều ví dụ minh họa, nhiều bài tập với các dạng khác nhau để sinh viên có thể tự nghiên cứu và rèn luyện ở nhà. Đặc biệt, để đáp ứng nhu cầu học tập của các sinh viên khá giỏi và phục vụ cho công tác bồi dưỡng thi sinh viên giỏi, thi Olympic Cơ học toàn quốc hàng năm, chúng tôi đưa vào phần lý thuyết một số nội dung nâng cao và 40 bài tập chọn lọc, trong đó có nhiều bài là đề thi sinh viên giỏi của Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội, đề thi Olympic Cơ học toàn quốc những năm trước đây.

Cuốn sách này là tài liệu cần thiết cho sinh viên Trường Đại học Kiến Trúc Hà Nội, đồng thời cũng là tài liệu tốt cho sinh viên các trường đại học kỹ thuật khác.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, Ban chủ nhiệm khoa Xây dựng và phòng Quản lý khoa học Trường Đại học Kiến Trúc Hà Nội đã tạo điều kiện thuận lợi để cuốn sách được xuất bản.

Chúng tôi cũng chân thành cảm ơn các đồng nghiệp đã đóng góp ý kiến và giúp đỡ trong việc hoàn thành cuốn sách.

Vì thời gian biên soạn cuốn sách có hạn nên chắc chắn còn thiếu sót, chúng tôi mong muốn nhận được ý kiến đóng góp của các bạn đồng nghiệp và các em sinh viên.

Mọi ý kiến xin gửi về phòng Quản lý khoa học Trường Đại học Kiến Trúc Hà Nội.

PGS. TS Đặng Quốc Lương

ĐỘNG HỌC

MỞ ĐẦU ĐỘNG HỌC

Động học là phần thứ hai của cơ học cơ sở. Động học nghiên cứu chuyển động của vật thể về mặt hình học, không quan tâm đến nguyên nhân gây ra chuyển động, cũng như nguyên nhân gây ra sự biến đổi chuyển động của chúng. Về một phương diện nào đó, động học được xem là mở đầu của động lực học, vì nó xác lập nên những khái niệm và sự phụ thuộc động học cơ bản. Những khái niệm và sự phụ thuộc này rất cần thiết khi nghiên cứu chuyển động của vật thể dưới tác dụng của lực. Khi nghiên cứu động học ta cần hiểu rõ những khái niệm sau đây:

1. Hệ quy chiếu

Chuyển động của vật thể hoàn toàn có tính chất tương đối, phụ thuộc vào vật lấy làm mốc để theo dõi chuyển động. Ví dụ một người ngồi trên tàu đang chạy là đứng yên so với tàu nhưng lại đang chuyển động so với ngôi nhà bên đường. Như vậy để mô tả chuyển động của vật thể ta phải chỉ rõ vật lấy làm mốc, vật lấy làm mốc để theo dõi chuyển động của vật thể chuyển động được gọi là hệ quy chiếu. Để thuận tiện cho việc tính toán, ta thường gắn vào hệ quy chiếu một hệ tọa độ. Về sau này để đỡ công kênh người ta thường lấy ngay hệ tọa độ đó làm hệ quy chiếu.

2. Không gian và thời gian

Chuyển động của vật thể diễn ra trong không gian và theo thời gian. Thực ra không gian và thời gian là hai dạng tồn tại khách quan của vật chất, chúng phụ thuộc vào chuyển động cụ thể của vật chất. Trong Cơ học cơ sở để đơn giản ta xem không gian và thời gian không phụ thuộc vào chuyển động của vật khảo sát, gọi là không gian tuyệt đối và thời gian tuyệt đối.

Không gian tuyệt đối được hiểu là không gian Ocolit 3 chiều trong đó lý thuyết hình học ocolit được nghiệm đúng. Đơn vị cơ bản để đo độ dài là mét.

Thời gian tuyệt đối được hiểu là thời gian trôi đều từ quá khứ đến hiện tại tới tương lai, không phụ thuộc vào hệ quy chiếu cũng như không phụ thuộc vào chuyển động của vật thể. Đơn vị cơ bản để đo thời gian là giây. Đối với các vật thể chuyển động với vận tốc nhỏ thua nhiều so với vận tốc ánh sáng (khoảng 300.000km/s) tức là các chuyển động cơ học trong kỹ thuật, các khái niệm này hoàn toàn có thể chấp nhận được

3. Mô hình của vật thể chuyển động

Trong động học để nghiên cứu chuyển động của vật thể ta dùng hai mô hình: Động điểm và vật rắn chuyển động.

Khi nghiên cứu chuyển động của vật thể, nếu kích thước của nó không cần chú ý đến, ta có thể biểu diễn vật thể bằng mô hình động điểm. Động điểm là điểm hình học chuyển động trong không gian và theo thời gian. Nếu phải để ý đến kích thước của vật, nhưng có thể bỏ qua tính biến dạng của nó, thì có thể biểu diễn vật thể bằng mô hình vật rắn chuyển động. Nếu vừa phải chú ý đến kích thước của vật và tính biến dạng của nó, thì không dùng được hai mô hình trên. Đó là đối tượng nghiên cứu của cơ học các môi trường liên tục.

Dựa vào hai mô hình trên, động học được chia thành hai phần: Động học điểm và động học vật rắn. Động học điểm nghiên cứu chuyển động của vật thể dưới dạng mô hình động điểm. Động học vật rắn nghiên cứu chuyển động của vật thể dưới dạng mô hình vật rắn. Việc nghiên cứu động học điểm ngoài ý nghĩa tự thân của nó, còn nhằm chuẩn bị cho việc khảo sát chuyển động của vật rắn.

Nội dung nghiên cứu của động học là xác định vị trí và các đặc trưng hình học chuyển động của điểm hay vật rắn vì vậy ta phải hiểu các khái niệm sau:

- Thông số định vị là thông số xác định vị trí của điểm hay vật rắn trong hệ quy chiếu đã chọn.

- Phương trình chuyển động là biểu thức liên hệ giữa các thông số định vị với thời gian.

- Vận tốc chuyển động là đại lượng biểu thị hướng và tốc độ chuyển động của điểm hay vật rắn ở thời điểm đang xét.

- Gia tốc chuyển động là đại lượng biểu thị sự thay đổi của vận tốc theo thời gian. Gia tốc chuyển động cho biết tính đều hay biến đổi của chuyển động.

Chương I

ĐỘNG HỌC ĐIỂM

1.1. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM BẰNG PHƯƠNG PHÁP VÉCTƠ

1. Phương trình chuyển động

Giả sử động điểm M chuyển động trong không gian, lấy một điểm O cố định vẽ vectơ $\vec{r} = \overline{OM}$. Vị trí của điểm M sẽ hoàn toàn được xác định nếu biết được \vec{r} . Vì vậy, ta gọi vectơ \vec{r} là vectơ bán kính định vị của M trong hệ quy chiếu. Khi M chuyển động \vec{r} sẽ thay đổi về độ dài và hướng, do đó nó sẽ là hàm của thời gian t .

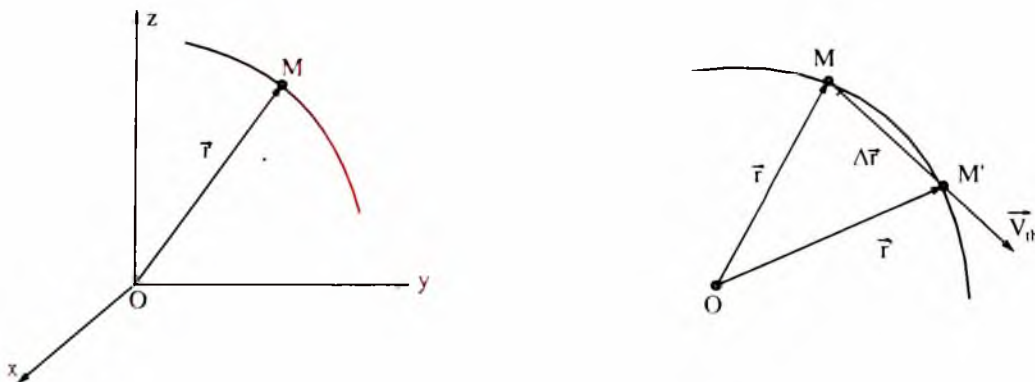
$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1.1)$$

Biểu thức trên là phương trình chuyển động của động điểm viết dưới dạng vectơ.

Quỹ đạo của động điểm trong hệ quy chiếu là quỹ tích của động điểm trong hệ quy chiếu ấy. Phương trình (1.1) cũng là phương trình quỹ đạo của động điểm dưới dạng tham số. Nếu quỹ đạo của điểm là thẳng thì chuyển động gọi là chuyển động thẳng, nếu quỹ đạo cong thì chuyển động gọi là chuyển động cong.

2. Vận tốc của điểm

Giả sử tại thời điểm t động điểm ở vị trí M , được xác định bởi vectơ bán kính định vị \vec{r} . Tại thời điểm $t' = t + \Delta t$, trong đó Δt là đại lượng rất bé của thời gian, động điểm ở vị trí M' được xác định bởi vectơ \vec{r}' . Ký hiệu: $\Delta \vec{r} = \vec{r}' - \vec{r} = \overline{MM'}$.



Hình 1.1

Véc tơ $\Delta \vec{r}$ mô tả gần đúng hướng đi và quãng đường đi được của M trong khoảng thời gian Δt . Véc tơ $\Delta \vec{r}$ gọi là véc tơ di chuyển của động điểm và véc tơ $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ được gọi là vận tốc trung bình của động điểm trong khoảng thời gian Δt .

$$\vec{v}_{tb} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Véc tơ này mô tả gần đúng hướng đi và tốc độ của điểm M trong khoảng thời gian Δt kể từ t . Nếu Δt càng nhỏ thì độ chính xác càng cao. Do đó, ta định nghĩa véc tơ vận tốc tức thời ở thời điểm t của động điểm M là véc tơ:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{tb} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt};$$

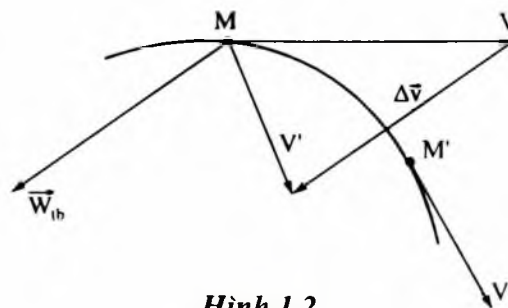
Như vậy, vận tốc của M tại thời điểm t là đạo hàm bậc nhất của véc tơ định vị theo thời gian:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} \quad (1.2)$$

Về mặt hình học véc tơ $\Delta \vec{r}$ và \vec{v}_{tb} nằm trên cát tuyến MM' vì vậy khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì véc tơ \vec{v} phải hướng tiếp tuyến với quỹ đạo của động điểm và thuận theo chiều chuyển động của động điểm. Đơn vị đo vận tốc là mét/giây, ký hiệu m/s.

3. Gia tốc của điểm

Giả sử tại thời điểm t vận tốc của M là \vec{v} , tại thời điểm t' vận tốc của M là \vec{v}' . Đại lượng $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ cho biết sự thay đổi của vận tốc điểm M trong khoảng thời gian Δt . Đại lượng $\vec{W}_{tb} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ cho biết sự thay đổi trung bình



Hình 1.2

của \vec{v} trong khoảng thời gian Δt được gọi là gia tốc trung bình của M tại thời điểm t . Đại lượng này càng chính xác nếu Δt càng bé. Do đó ta định nghĩa gia tốc của điểm M tại thời điểm t là:

$$\vec{W} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{W}_{tb} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Như vậy, gia tốc của điểm là đạo hàm bậc nhất của vận tốc và là đạo hàm bậc 2 của véc tơ bán kính định vị của điểm theo thời gian:

$$\vec{w} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} \quad (1.3)$$

Vì véc tơ $\Delta \vec{v}$ bao giờ cũng hướng vào bẻ lõm quỹ đạo. Nên véc tơ \vec{w} cũng hướng vào bẻ lõm quỹ đạo.

4. Nhận xét chuyển động của điểm nhờ véc tơ \vec{w} và \vec{v}

a) Tính chất của quỹ đạo

Xét tích có hướng $\vec{v} \wedge \vec{w}$

Nếu $\vec{v} \wedge \vec{w} \equiv 0$ thì \vec{v}, \vec{w} cùng phương, chuyển động là thẳng.

Nếu $\vec{v} \wedge \vec{w} \neq 0$ thì \vec{v}, \vec{w} không cùng phương, chuyển động là cong.

b) Tính đều hay biến đổi của chuyển động

Xét tích vô hướng: $\vec{v} \cdot \vec{w}$

$$\text{Vì } v^2 = (\vec{v})^2 \text{ nên ta có } \frac{dv^2}{dt} = \frac{d(\vec{v})^2}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{v} \cdot \vec{w}$$


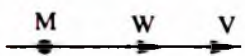
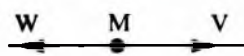
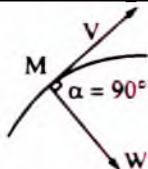
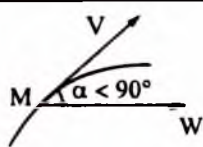
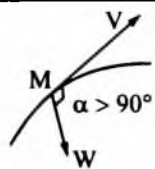
Vậy nếu $\vec{v} \cdot \vec{w} \equiv 0$ điểm chuyển động đều.

$\vec{v} \cdot \vec{w} > 0$ điểm chuyển động nhanh dần.

$\vec{v} \cdot \vec{w} < 0$ điểm chuyển động chậm dần.

Có thể biểu diễn tính đều hay biến đổi của chuyển động như trong bảng 1.1.

Bảng 1.1

Chuyển động	Đều	Nhanh dần	Chậm dần
Thẳng			
Cong			

Ưu điểm của phương pháp véc tơ khi khảo sát chuyển động của điểm là ngắn gọn, thường được dùng trong chứng minh lý thuyết. Tuy nhiên, nhược điểm của nó là không cho ta các công thức tính giá trị vận tốc, gia tốc của điểm.

Nhược điểm này sẽ được khắc phục nếu ta dùng phương pháp tọa độ Đề Các và phương pháp tọa độ tự nhiên dưới đây.

1.2. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ ĐỀ CÁC

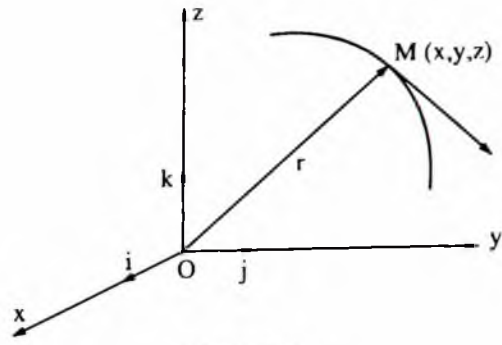
1. Phương trình chuyển động của điểm

Khảo sát chuyển động của động điểm M trong không gian. Lập hệ tọa độ Đề Các vuông góc Oxyz. Gọi tọa độ của M trong hệ tọa độ đó là x, y, z. Vị trí của M sẽ hoàn toàn

được xác định nếu biết được ba tọa độ này. Ta chọn x, y, z là các thông số định vị của M . Khi M chuyển động các tọa độ này sẽ thay đổi theo thời gian, do đó phương trình chuyển động của M là:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1.4)$$

trong đó: $x(t), y(t), z(t)$ là các hàm nào đó của thời gian. (1.4) cũng là phương trình quỹ đạo của điểm dưới dạng tham số.



Hình 1.3

2. Vận tốc của điểm

Nếu gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là 3 véc tơ đơn vị tương ứng trên 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz ta có:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Theo (1.2) vận tốc của điểm:

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \quad (1.5)$$

Do đó hình chiếu của véc tơ vận tốc \vec{v} lên 3 trục tọa độ là:

$$v_x = \dot{x}; \quad v_y = \dot{y}; \quad v_z = \dot{z}$$

Độ lớn của vận tốc $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ gọi là tốc độ của điểm.

Hướng của vận tốc được xác định nhờ các côsin chỉ phương:

$$\cos(Ox, \vec{v}) = \frac{v_x}{v}; \quad \cos(Oy, \vec{v}) = \frac{v_y}{v}; \quad \cos(Oz, \vec{v}) = \frac{v_z}{v}$$

3. Gia tốc của điểm

Theo (1.3) gia tốc của điểm là:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}) = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \quad (1.6)$$

Hình chiếu gia tốc lên ba trục tọa độ: $w_x = \ddot{x}; w_y = \ddot{y}; w_z = \ddot{z}$

Độ lớn của gia tốc: $w = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$

Côsin chỉ phương của véc tơ gia tốc:

$$\cos(ox, \vec{w}) = \frac{w_x}{w}; \quad \cos(oy, \vec{w}) = \frac{w_y}{w}; \quad \cos(oz, \vec{w}) = \frac{w_z}{w}$$

Ví dụ: Xác định quỹ đạo, vận tốc và gia tốc của điểm giữa M của thanh truyền AB , của cơ cấu tay quay thanh truyền.

Biết $OA = OB = 2a$ và tay quay OA quay đều quanh O với vận tốc góc ω (hình 1.4).

Ban đầu $OA \equiv Ox$