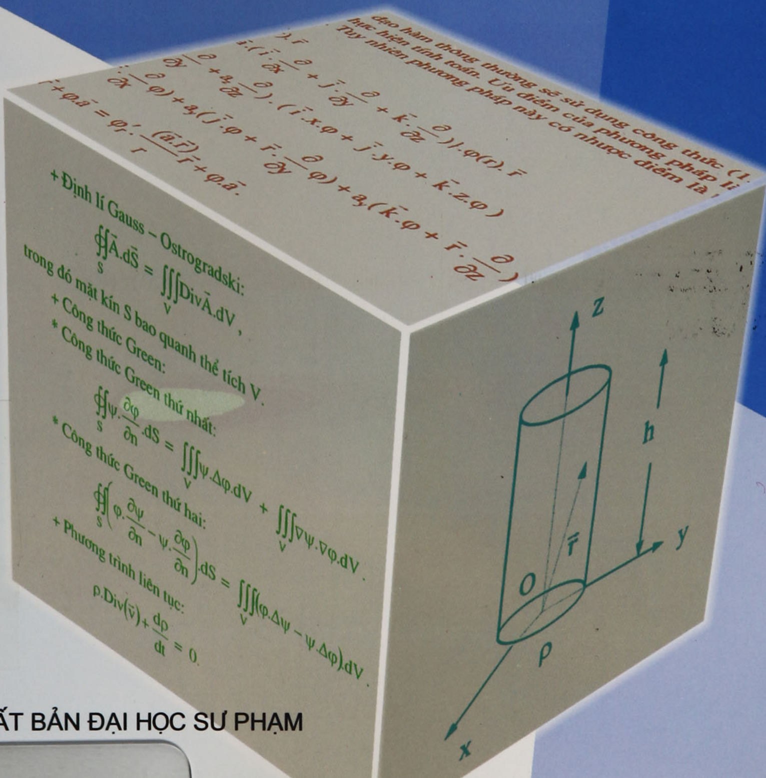
NGUYỄN CHÍNH CƯƠNG

CK.0000063958

Bài tập PHƯƠNG PHÁP TOÁN LÍ



NGUYÊN
ỌC LIỆU
76

SP
NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN CHINH CƯỜNG

BÀI TẬP PHƯƠNG PHÁP TOÁN

(Tái bản lần thứ nhất)

TRUNG TÂM HỌC LIỆU

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Học phần Phương pháp toán lí được xây dựng nhằm trang bị các phươ pháp toán học dùng cho Vật lí hiện đại như: hàm biến số phức, đại số và giải t vectơ, các hàm đặc biệt, các phép biến đổi tích phân, đại số và giải tích ten: phương pháp tính số, các phương trình vật lí toán... Với khối lượng kiến thức t rộng và cồng kềnh như vậy nên lượng bài tập cũng rất phong phú, đa dạ Hệ thống giáo trình và tài liệu tham khảo đã có tương đối nhiều nhưng chưa hệ thống bài tập đầy đủ có thể giúp sinh viên khoa Vật lí các trường Đại h Sư phạm tiếp cận và thực hành kiến thức môn học này một cách thuận lợi.

Để đáp ứng nhu cầu thực tế cần có một hệ thống bài tập giúp cho sinh v ngành Vật lí tự học và nghiên cứu môn Phương pháp toán lí, chúng tôi đã b soạn lại những bài tập, một số câu hỏi trắc nghiệm đã được sử dụng nhiều n trong giảng dạy và đánh giá. Cuốn **Bài tập phương pháp toán lí** sẽ hệ thống h các bài tập theo các vấn đề: đại số và giải tích vectơ, đại số tenxơ, hàm biến phức, các phương trình Vật lí Toán. Trong mỗi chương, những kiến thức và c công thức cơ bản sẽ được trình bày trước tiên nhằm hệ thống hóa lại các kiến th cần thiết để giải bài tập. Tiếp theo sẽ hướng dẫn những dạng bài tập mẫu cụ t các phương pháp giải cơ bản, mỗi vấn đề chúng tôi còn đưa ra những chỉ dẫn c thiết và những lưu ý nhằm giúp bạn đọc tiếp cận được dễ dàng hơn với các bài của chương đó. Cuối mỗi chương là hệ thống bài tập tham khảo và các hướng c giải vắn tắt.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn những ý kiến đóng góp quý báu c GS.TS. Đỗ Đình Thanh, PGS.TS. Lê Viết Hòa, TS. Đào Thị Lệ Thủy và các b bè, đồng nghiệp, các giáo viên và sinh viên Khoa Vật lí, Trường Đại học Sư ph Hà Nội. Lần đầu xuất bản chắc chắn khó tránh khỏi những thiếu sót, chúng tôi mong nhận được sự góp ý của quý độc giả để cuốn sách hoàn thiện hơn trong c lần tái bản sau.

Tác giả

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

CHƯƠNG 1

GIẢI TÍCH VECTƠ TRONG HỆ TỌA ĐỘ CONG

1.1. Giải tích vectơ trong hệ tọa độ Descartes vuông góc

1.1.1. Các kiến thức cơ bản

a. Đại số vectơ

* *Cộng hai hay nhiều vectơ*

Giả sử có hai vectơ $\vec{A}\,(A_x, A_y, A_z)$ và $\vec{B}\,(B_x, B_y, B_z)$. Cộng hai vectơ $\vec{A}$ và được thực hiện như sau:

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x.\vec{i} + A_y.\vec{j} + A_z.\vec{k}) + (B_x.\vec{i} + B_y.\vec{j} + B_z.\vec{k})$$

$$= (A_x + B_x).\vec{i} + (A_y + B_y).\vec{j} + (A_z + B_z).\vec{k}. \qquad (1$$

Phép cộng nhiều vectơ được tính từ cộng hai vectơ đầu tiên, lấy tổng c chúng cộng với vectơ thứ ba, rồi lấy kết quả cộng với vectơ tiếp theo. Cứ như v cho đến vectơ cuối cùng.

Phép trừ vectơ vectơ $\vec{A}$ cho vectơ $\vec{B}$ được thực hiện bằng cách cộng vectơ với vectơ đối của vectơ $\vec{B}$:

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x.\vec{i} + A_y.\vec{j} + A_z.\vec{k}) - (B_x.\vec{i} + B_y.\vec{j} + B_z.\vec{k})$$

$$= (A_x - B_x).\vec{i} + (A_y - B_y).\vec{j} + (A_z - B_z).\vec{k}. \qquad (1$$

Phép cộng vectơ có tính chất giao hoán và tính chất kết hợp.

* *Tích vô hướng của hai vectơ*

Định nghĩa: Tích vô hướng của vectơ $\vec{A}$ với vectơ $\vec{B}$, kí hiệu $\vec{A}.\vec{B}$ là n vô hướng, bằng tích mô đun của hai vectơ nhân với cosin của góc (θ) giữa hươ của chúng.

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B.\cos\theta = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos\theta = \vec{B}.\vec{A}. \qquad (1$$

Tích vô hướng của $\vec{A}$ với $\vec{B}$ còn viết được trong toạ độ Descartes như sau

$$\vec{A}.\vec{B} = (A_x.\vec{i} + A_y.\vec{j} + A_z.\vec{k}).(B_x.\vec{i} + B_y.\vec{j} + B_z.\vec{k})$$

$$= A_x.B_x + A_y.B_y + A_z.B_z. \quad ($$

Tích vô hướng có tính chất giao hoán và tính chất phân bố.

** Tích vectơ của hai vectơ*

Định nghĩa: Tích vectơ của vectơ $\vec{A}$ với vectơ $\vec{B}$, kí hiệu $\vec{A} \wedge \vec{B}$ ([$\vec{A}.\vec{B}$ một vectơ $\vec{C}$ vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{A}$ và $\vec{B}$, sao cho:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C} = A.B.\sin\theta.\,\vec{u}_C \quad ($$

với $\quad |\vec{C}| = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\sin\theta, \quad |\vec{u}_C| = 1.$

Các vectơ $\vec{A}, \vec{B}$ và $\vec{u}_C$ tạo thành một tam diện thuận (tương tự với các trụ y, z), hoặc tuân theo quy tắc bàn tay phải, hoặc quy tắc "cái mở nút chai".

Biểu diễn tích vectơ qua các toạ độ có dạng như sau:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = (A_x.\vec{i} + A_y.\vec{j} + A_z.\vec{k}) \wedge (B_x.\vec{i} + B_y.\vec{j} + B_z.\vec{k})$$

$$= (A_y.B_z - A_z.B_y).\vec{i} + (A_z.B_x - A_x.B_z).\vec{j} + (A_x.B_y - A_y.B_x).\vec{k}. \quad ($$

Hay:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix}.\vec{i} + \begin{vmatrix} A_z & A_x \\ B_z & B_x \end{vmatrix}.\vec{j} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}.\vec{k}. \quad ($$

Tích vectơ có tính chất phản giao hoán và tính chất phân bố.

** Tích hỗn hợp (hỗn tạp) của ba vectơ*

Tích hỗn tạp của ba vectơ $\vec{A}$, $\vec{B}$ và $\vec{C}$ là một vô hướng: $V = \vec{C}.(\vec{A} \wedge \vec{B})$.

Biểu diễn qua các toạ độ của các vectơ của tích hỗn hợp là

$$V = \vec{C}.(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} \quad ($$

Tích hỗn tạp có tính chất hoán vị vòng quanh: