



CK.0000065862

ANH HÀ - NGUYỄN TRI TỐT

# CÁC BÀI TOÁN CHỌN LỌC

PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ  
VÀ LOGARIT, TÍCH PHÂN

$$\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{cases} u = \sqrt[3]{1-x} \\ v = \sqrt{x-1} \end{cases}, v \geq 0$$

$$\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{cases} u = \sqrt[3]{1-x} \\ v = \sqrt{x-1} \end{cases}, v \geq 0$$

NGUYỄN  
HỌC LIÊU

76



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN THỊ THANH HÀ – NGUYỄN TRI TỐT

**CÁC BÀI TOÁN CHỌN LỌC**  
**PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT,**  
**TÍCH PHÂN**

*(Tái bản lần thứ nhất)*

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



## MỤC LỤC

Trang

LỜI NÓI ĐẦU .....	5
-------------------	---

### Phần I

#### PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

I - PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ.....	7
1.1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ .....	8
1.1.1. Phương pháp đưa về cùng cơ số .....	8
1.1.2. Phương pháp đặt ẩn phụ .....	13
1.1.3. Phương pháp logarit hoá (lấy logarit hai vế).....	28
1.1.4. Phương pháp đoán nghiệm rồi chứng minh nghiệm đó là duy nhất.....	36
1.2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ .....	43
II - PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT.....	60
2.1. PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT .....	61
2.1.1. Phương pháp đưa về cùng cơ số .....	61
2.1.2. Phương pháp đặt ẩn phụ .....	67
2.1.3. Phương pháp đoán nghiệm rồi chứng minh nghiệm đó là duy nhất .....	80
2.2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT .....	83
III - HỆ PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT .....	94

### Phần II

#### TÍCH PHẦN

I - NGUYÊN HÀM – TÍCH PHẦN KHÔNG XÁC ĐỊNH.....	108
1.1. ĐỊNH NGHĨA .....	108
1.2. TÍNH CHẤT .....	109
1.3. BẢNG NGUYÊN HÀM CƠ BẢN .....	109
1.3.1. Nguyên hàm của các hàm số sơ cấp thường gặp .....	109
1.3.2. Nguyên hàm của hàm hợp.....	110

1.4.	PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGUYÊN HÀM.....	111
1.4.1.	Dùng bảng nguyên hàm cơ bản.....	111
1.4.2.	Phương pháp đổi biến.....	113
1.4.3.	Phương pháp tích phân từng phần.....	116
1.4.4.	Tích phân hàm hữu tỷ.....	120
-	TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH.....	126
2.1.	ĐỊNH NGHĨA.....	126
2.2.	TÍNH CHẤT.....	127
2.3.	PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH.....	127
2.3.1.	Phương pháp đổi biến số.....	127
2.3.2.	Phương pháp tích phân từng phần.....	140
2.3.	CÁC DẠNG TÍCH PHÂN XÁC ĐỊNH THƯỜNG GẶP.....	153
2.3.1.	Tích phân hàm phân thức.....	153
2.3.2.	Tích phân hàm căn thức.....	166
2.3.3.	Tích phân hàm lượng giác.....	179
2.3.4.	Tích phân hàm chứa dấu giá trị tuyệt đối.....	195

## Lời nói đầu

Bộ sách *Các bài toán chọn lọc* gồm các cuốn:

- *Lượng giác và hình giải tích;*
- *Phương trình, bất phương trình mũ và logarit, tích phân;*
- *Tam thức bậc hai;*
- *Khảo sát, vẽ đồ thị hàm số và các bài toán liên quan.*

Với mong muốn giúp các em học sinh hệ thống lại các kiến thức cơ bản, chuẩn bị tốt cho các kỳ thi tốt nghiệp THPT cũng như thi vào các trường đại học, cao đẳng, chúng tôi tập hợp các nội dung cơ bản của môn Toán THPT thành các chủ đề. Với mỗi chủ đề chúng tôi có tóm tắt lý thuyết, đưa ra một số phương pháp giải các bài toán thông qua lời giải chi tiết của các bài giải mẫu, cuối cùng là bài tập tự giải để các em tự luyện. Để toán thì nhiều, nhưng tư trung lại một đề toán tổng hợp chỉ là tổ hợp của một số dạng toán cơ bản. Nắm vững các dạng toán cơ bản sẽ giúp các em giải tốt các bài tập. Nội dung bộ sách phù hợp với chương trình Toán trung học phổ thông và đáp ứng yêu cầu thi tuyển sinh đại học, cao đẳng hiện nay.

Để khai thác tốt bộ sách, đề nghị bạn đọc nên thực hiện theo trình tự sau:

1. Đọc kỹ phần lý thuyết.
2. Nghiên cứu sâu kỹ thuật giải bài tập.
3. Tự giải các bài tập.

Bộ sách là kết quả thực tế giảng dạy nhiều năm ở các trường THPT, mong rằng sẽ giúp bạn đọc tự trang bị cho mình những kiến thức vững vàng để có kết quả cao trong các kỳ thi, đồng thời phát huy kiến thức của mình để có nhiều cách giải hay. Chúng tôi hy vọng bộ sách là tài liệu hữu ích cho các em học sinh phổ thông và các em học sinh ôn thi đại học và cao đẳng, đồng thời cũng là tài liệu tham khảo cho các đồng nghiệp để giảng dạy.

Các tác giả xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, đặc biệt là Phó giáo sư, Tiến sĩ Vũ Dương Thụy đã động viên, giúp đỡ và có nhiều ý kiến đóng góp quý báu cho bộ sách.

Các tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp của bạn đọc để bộ sách ngày càng hoàn thiện hơn. Thư góp ý xin gửi về Công ty Cổ phần Sách Đại học – Dạy nghề, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.

*CÁC TÁC GIẢ*

# Phần I

## PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT

---

### I - PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

*Trước hết cần nhắc lại:*

1. Với  $a \neq 0$ ;  $n \in \mathbb{N}$ , ta có:

$$\bullet a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a \times a}_{n \text{ lần}}, a^0 = 1;$$

$$\bullet a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

2. Với  $a > 0$ ;  $m, n \in \mathbb{N}$ , ta có:

$$\bullet a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m};$$

$$\bullet a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}.$$

3. Với  $a > 0$ ,  $b > 0$ ;  $m, n \in \mathbb{N}$ , ta có:

$$\bullet a^m a^n = a^{m+n};$$

$$\bullet \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$\bullet (a^m)^n = a^{m \cdot n};$$

$$\bullet (ab)^m = a^m b^m;$$

$$\bullet \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$



*Chú ý:* – Nếu  $a > 1$  thì  $a^m > a^n$  khi và chỉ khi  $m > n$ ;

– Nếu  $a < 1$  thì  $a^m > a^n$  khi và chỉ khi  $m < n$ .

## 1.1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

*Các phương pháp thường dùng để giải phương trình mũ là: đưa về cùng cơ số; đặt ẩn phụ; logarit hoá; đoán nghiệm rồi chứng minh nghiệm đó là duy nhất.*

Nếu  $f(x)$  đơn điệu (tức là chỉ đồng biến hoặc chỉ nghịch biến) thì  $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ . Vậy:

- Nếu  $0 < a \neq 1$  thì  $a^A = a^B \Leftrightarrow A = B$ ;
- Nếu  $0 < a \neq 1$  và  $A, B > 0$  thì  $\log_a A = \log_a B \Leftrightarrow A = B$ .

### 1.1.1. Phương pháp đưa về cùng cơ số

*Dẫn phương trình về dạng mà mỗi vế của phương trình chỉ gồm một số hạng có cơ số giống nhau.*

**Bài 1:** Giải phương trình

$$2^{x^2-3x+2} = 4.$$

*Giải*

Vế trái (VT) của phương trình là một lũy thừa có cơ số 2, biến đổi 4 ở vế phải (VP) thành lũy thừa cơ số 2 ta được phương trình

$$\begin{aligned} 2^{x^2-3x+2} &= 2^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x &= 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 0$  và  $x = 3$ .

**Bài 2:** Giải phương trình

$$3^{3x-1} = 9^{x+2}.$$

**Giải**

Biến đổi hai vế về cùng cơ số 3 ta được phương trình

$$3^{3x-1} = 3^{2(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow 3^{3x-1} = 3^{2x+4}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x = 5.$$

Vậy  $x = 5$  là nghiệm của phương trình.

**Bài 3:** Giải phương trình

$$2^{x^2-6x-\frac{5}{2}} = 16\sqrt{2}. \quad (*)$$

**Giải**

Ta thấy VP đưa được về cơ số 2 giống như VT, suy ra

$$(*) \Leftrightarrow 2^{x^2-6x-\frac{5}{2}} = 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-6x-\frac{5}{2}} = 2^{\frac{9}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Vậy  $x = -1$  và  $x = 7$  là nghiệm của phương trình.

**Bài 4:** Giải phương trình

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+5x-6}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \quad (*)$$