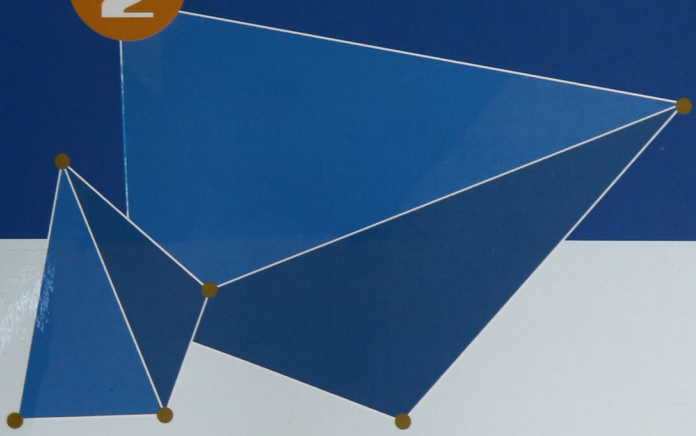
CK.0000069589

GS.TS LỀU THỌ TRÌNH

CƠ HỌC KẾT CẤU

Tập 2

HỆ SIÊU TĨNH



NGUYÊN
C LIỆU

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

GS. TS. LÈU THỌ TRÌNH

CƠ HỌC KẾT CẤU

TẬP II

Hệ siêu tĩnh

(Tái bản lần thứ 3)

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2014

5 Phương pháp lực và cách tính hệ phẳng siêu tĩnh

5.1. Khái niệm về hệ siêu tĩnh - Bậc siêu tĩnh

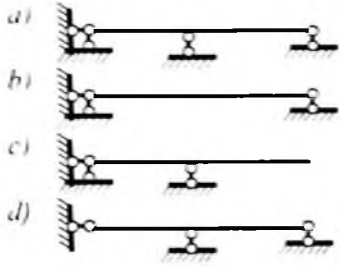
A. *Định nghĩa*

Trong tập I đã giới thiệu cách tính hệ tĩnh định tức là những hệ trong đó chỉ cần dùng các phương trình cân bằng tĩnh học cũng đủ để xác định phản lực và nội lực. Trên thực tế, thường gặp những hệ trong đó nếu chỉ sử dụng các phương trình cân bằng tĩnh học không thôi thì chưa đủ để xác định các phản lực và nội lực. Để tính các hệ đó cần bổ sung các phương trình biểu thị điều kiện biến dạng. Như vậy:

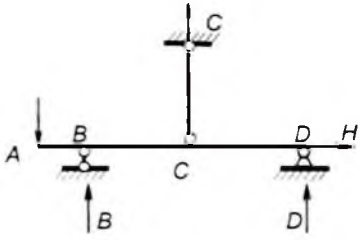
Hệ được gọi là siêu tĩnh nếu trong toàn hệ hoặc trong một vài phần của hệ ta không thể chỉ dùng các phương trình cân bằng tĩnh học để xác định tất cả các phản lực và nội lực.

Hệ siêu tĩnh là hệ bất biến hình và có liên kết thừa.

Danh từ liên kết thừa dùng ở đây chỉ là quy ước. Cần hiểu liên kết thừa là những liên kết không cần thiết cho sự cấu tạo hình học của hệ nhưng vẫn cần cho sự làm việc của công trình.



Hình 5.1



Hình 5.2

Ví dụ, dầm hai nhịp trên hình 5.1a có bốn liên kết loại một nhưng ta chỉ có ba phương trình cân bằng tĩnh học nên chưa đủ để xác định bốn phản

lực trong bốn liên kết, vậy dầm đó là siêu tĩnh. Dầm này có một liên kết thừa là một trong ba liên kết thanh thẳng đứng. Nếu loại một liên kết thừa như trên các hình 5.1b, c, d thì dầm vẫn bất biến hình nhưng tính chất làm việc sẽ khác đi.

Đối với hệ cho trên hình 5.2 ta thấy: phần đầu thừa *AB* là tĩnh định vì có thể chỉ dùng các phương trình cân bằng tĩnh học cũng đủ để xác định nội lực trong đó; phần *BCD* là siêu tĩnh vì với ba phương trình cân bằng tĩnh học chưa đủ để xác định bốn phản lực *B, C, D* và *H*, do đó cũng không xác định được nội lực trong phần này. Vậy, nếu xét toàn bộ thì hệ này là siêu tĩnh.

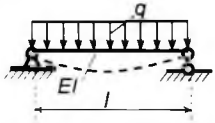
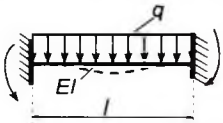
B. Tính chất

Đối chiếu với hệ tĩnh định, hệ siêu tĩnh có những tính chất sau:

1) *Chuyển vị, biến dạng và nội lực trong hệ siêu tĩnh nói chung nhỏ hơn trong hệ tĩnh định có cùng kích thước và tải trọng.*

Bảng 5.1 cung cấp kết quả tính độ võng ở giữa nhịp và mômen uốn lớn nhất trong dầm tĩnh định một nhịp với dầm siêu tĩnh một nhịp có hai đầu ngàm.

Bảng 5.1

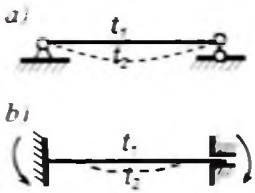
Dầm		
Độ võng ở giữa nhịp	$y_{max} = \frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI}$	$y_{max} = \frac{1}{384}\frac{ql^4}{EI}$
Giá trị mômen uốn lớn nhất	tại giữa nhịp $M = \frac{ql^2}{8}$	tại ngàm $M = \frac{ql^2}{12}$

Qua những số liệu trên ta thấy chuyển vị và nội lực trong dầm siêu tĩnh nhỏ hơn trong dầm tĩnh định khá nhiều. Bởi vậy dùng hệ siêu tĩnh sẽ tiết kiệm được vật liệu hơn so với hệ tĩnh định tương ứng. Đó là ưu điểm chính của hệ siêu tĩnh.

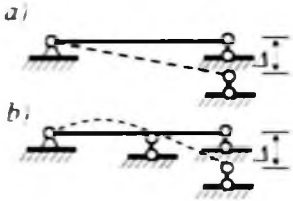
2) *Trong hệ siêu tĩnh phát sinh các nội lực do sự thay đổi nhiệt độ, sự chuyển vị các gối tựa, sự chế tạo và lắp ráp không chính xác gây ra.*

Để thấy rõ tính chất này, ta xét một vài ví dụ:

- So sánh dầm tĩnh định một nhịp (hình 5.3a) với dầm siêu tĩnh một nhịp (hình 5.3b) cùng chịu sự thay đổi nhiệt độ không đều, ở trên là t_1 ở dưới là t_2 với $t_2>t_1$ ta thấy: dưới tác dụng của nhiệt độ, dầm có khuynh hướng bị uốn cong, nhưng trong dầm tĩnh định các liên kết không ngăn cản biến dạng của dầm nên không phát sinh phản lực và nội lực, ngược lại trong dầm siêu tĩnh, các liên kết (ngàm) cản trở không cho phép dầm biến dạng tự do, do đó phát sinh phản lực và nội lực.



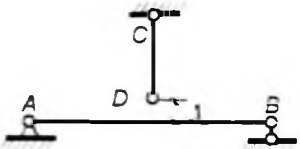
Hình 5.3



Hình 5.4

- Khi liên kết có chuyển vị cưỡng bức (bị lún) dầm tĩnh định cho trên hình 5.4a bị nghiêng đi, các liên kết không ngăn cản và cho phép chuyển vị tự do nên không phát sinh nội lực. Ngược lại, khi gối phải của dầm siêu tĩnh trên hình 5.4b bị lún, gối tựa giữa không cho phép dầm chuyển vị tự do như trường hợp trên, dầm bị uốn cong theo đường đứt nét, do đó trong dầm sẽ phát sinh nội lực.

- Khi chế tạo, giả sử chiều dài của thanh CD trong hệ siêu tĩnh trên hình 5.5 bị ngắn so với chiều dài thiết kế một đoạn bằng Δ. Sau khi lắp ráp, thanh CD bị dãn ra đồng thời dầm AB cũng bị uốn cong, do đó trong hệ tồn tại các nội lực ban đầu.



Hình 5.5

Khi thiết kế kết cấu siêu tĩnh ta cần đặc biệt lưu ý đến những nguyên nhân gây ra nội lực kể trên. Đôi khi có thể sử dụng tính chất này để tạo sẵn trong hệ những nội lực và biến dạng ban đầu ngược chiều với nội lực và biến dạng do tải trọng gây ra. Biện pháp này làm cho sự phân phối nội lực trong các cấu kiện của công trình được hợp lý hơn và do đó tiết kiệm được vật liệu.

3) Nội lực trong hệ siêu tĩnh phụ thuộc vật liệu và kích thước của tiết diện trong các thanh.

Như sau này sẽ thấy, để tính hệ siêu tĩnh ta phải dựa vào điều kiện biến dạng mà biến dạng lại phụ thuộc các độ cứng *EI*, *EA*... nên nội lực trong hệ siêu tĩnh cũng phụ thuộc *EI*, *EA* của các thanh.

Tính các hệ siêu tĩnh thường phức tạp hơn tính các hệ tĩnh định. Có nhiều phương pháp tính hệ siêu tĩnh. Hai phương pháp cơ bản là:

* *Phương pháp lực* (được đề cập trong chương này).

* *Phương pháp chuyển vị* (được đề cập trong chương 6).

C. Bậc siêu tĩnh

Trong phạm vi những giả thiết được chấp nhận trong cơ học kết cấu, ta có thể định nghĩa bậc siêu tĩnh như sau:

Bậc siêu tĩnh của hệ siêu tĩnh bằng số liên kết tương đương loại một ngoài số liên kết cần thiết để cho hệ bất biến hình.

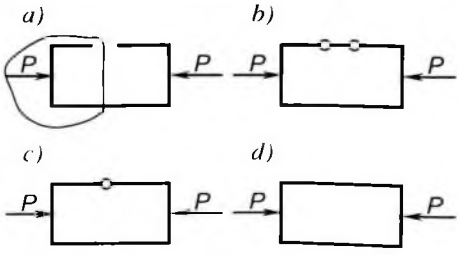
Ta có thể dùng các công thức (1.2), (1.3), (1,4), (1.5) liên hệ giữa số lượng các miếng cứng và số lượng các liên kết đã nghiên cứu trong chương 1 để suy ra bậc siêu tĩnh của hệ. Ví dụ, từ (1.3) ta suy ra công thức xác định bậc siêu tĩnh n của hệ nối với trái đất là

$$n = T + 2K + 3H + C - 3D,$$

trong đó D – số các miếng cứng tĩnh định (miếng cứng có chu vi hở).

Ngoài ra còn có thể thiết lập công thức đơn giản hơn để xác định bậc siêu tĩnh.

Trước khi thiết lập ta khảo sát một ví dụ. Xét một khung có chu vi hở (hình 5.6a). Khung này là tĩnh định, vì ta có thể chỉ sử dụng các phương trình cân bằng tĩnh học để xác định nội lực tại một tiết diện bất kỳ sau khi thực hiện mặt cắt như trên hình vẽ.



Hình 5.6

Nếu đặt thêm vào chu vi hở đó một liên kết loại một (thanh), hệ sẽ thừa

một liên kết (hình 5.6b). Vậy hệ này có bậc siêu tĩnh bằng một.

Nếu đặt thêm vào chu vi hở đó một liên kết loại hai (khớp) hệ sẽ thừa hai liên kết tương đương loại một (hình 5.6c). Vậy hệ này có bậc siêu tĩnh bằng hai.

Nếu đặt thêm vào chu vi hở đó một mối hàn (liên kết loại ba) hệ sẽ thừa ba liên kết tương đương loại một (hình 5.6d). Vậy hệ này có bậc siêu tĩnh bằng ba.

Qua ví dụ trên ta có kết luận sau:

Một chu vi kín có bậc siêu tĩnh bằng ba, nếu thêm vào chu vi kín đó một khớp đơn giản thì bậc siêu tĩnh giảm xuống một đơn vị.

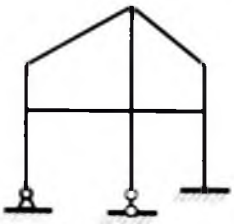
Để thiết lập công thức xác định bậc siêu tĩnh, ta giả thiết trong hệ siêu tĩnh có V chu vi kín và K khớp đơn giản.

Theo nhận xét trên, cứ mỗi chu vi kín có bậc siêu tĩnh bằng ba nên hệ có V chu vi kín sẽ có bậc siêu tĩnh là $3V$. Nếu thêm một khớp đơn giản thì bậc siêu tĩnh giảm xuống một đơn vị, do đó K khớp đơn giản làm bậc siêu tĩnh của hệ giảm K đơn vị. Vậy bậc siêu tĩnh n của hệ được xác định theo công thức:

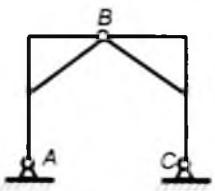
$$\boxed{n = 3V - K.} \qquad (5.1)$$

Ví dụ 5.1. Tìm bậc siêu tĩnh của hệ trên hình 5.7.

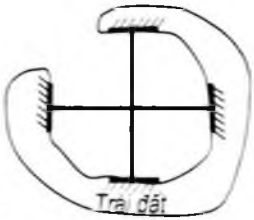
Hệ này có $V = 4$ và $K = 3$. Do đó $n = 3.4 - 3 = 9$.



Hình 5.7



Hình 5.8



Hình 5.9

Ví dụ 5.2. Tìm bậc siêu tĩnh của hệ trên hình 5.8.

Hệ này có ba chu vi kín. Để tính số khớp K ta cần chú ý: các khớp A, C là khớp đơn giản nên mỗi khớp tính bằng một đơn vị; khớp B là khớp phức tạp nên phải tính bằng độ phức tạp của nó và bằng $4 - 1 = 3$. Vậy tổng số khớp đơn giản là $K = 5$. Bậc siêu tĩnh $n = 3.3 - 5 = 4$.

Chú thích: Khi sử dụng công thức (5.1) cần quan niệm trái đất là miếng cứng hở. Ví dụ, khi xét hệ trên hình 5.9 thì số chu vi kín trong trường hợp này bằng *3* chứ không phải bằng *4* vì phải quan niệm trái đất là miếng cứng hở như trên hình vẽ. Bậc siêu tĩnh của hệ này bằng $n = 3.3 - 0 = 9$.

5.2. Nội dung phương pháp lực và cách tính hệ siêu tĩnh chịu các nguyên nhân: tải trọng bất động, thay đổi nhiệt độ, cấu tạo chiều dài không chính xác, chuyển vị gối tựa

A. Nội dung phương pháp lực

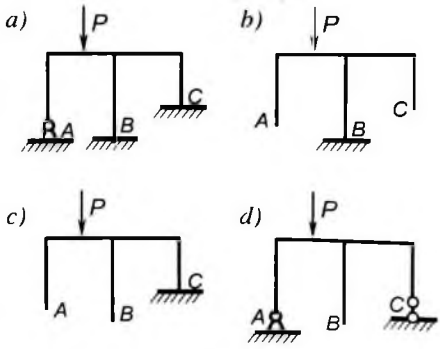
Để tính hệ siêu tĩnh, ta không tính trực tiếp trên hệ đó mà tính trên một hệ thay thế khác cho phép dễ dàng xác định nội lực. Hệ thay thế này suy ra từ hệ siêu tĩnh đã cho bằng cách loại bớt các liên kết thừa gọi là *hệ cơ bản*. Tất nhiên, để bảo đảm cho hệ cơ bản làm việc giống hệ siêu tĩnh đã cho ta cần phải bổ sung thêm các điều kiện phụ. Đó là nội dung tóm tắt của *phương pháp lực*.

Hệ cơ bản của phương pháp lực phải là hệ bất biến hình suy ra từ hệ siêu tĩnh đã cho bằng cách loại bỏ tất cả hay một số liên kết thừa.

Nếu loại bỏ tất cả các liên kết thừa thì hệ cơ bản là tĩnh định còn nếu chỉ loại bỏ một số liên kết thừa thì hệ cơ bản là siêu tĩnh có bậc thấp hơn.

Điều quan trọng là *hệ cơ bản phải bất biến hình và cho phép ta xác định được nội lực một cách dễ dàng*. Bởi vậy trong đa số trường hợp, ta thường dùng hệ cơ bản tĩnh định.

Đối với hệ siêu tĩnh trên hình 5.10a, ta có thể chọn hệ cơ bản theo nhiều cách khác nhau. Trên hình 5.10b, c, d giới thiệu ba cách chọn hệ cơ bản tĩnh định cho hệ siêu tĩnh ở hình 5.10a.



Hình 5.10

Để thiết lập các điều kiện phụ ta cần so sánh sự khác nhau giữa hệ siêu tĩnh đã cho (hình 5.10a) với hệ cơ bản (giả sử