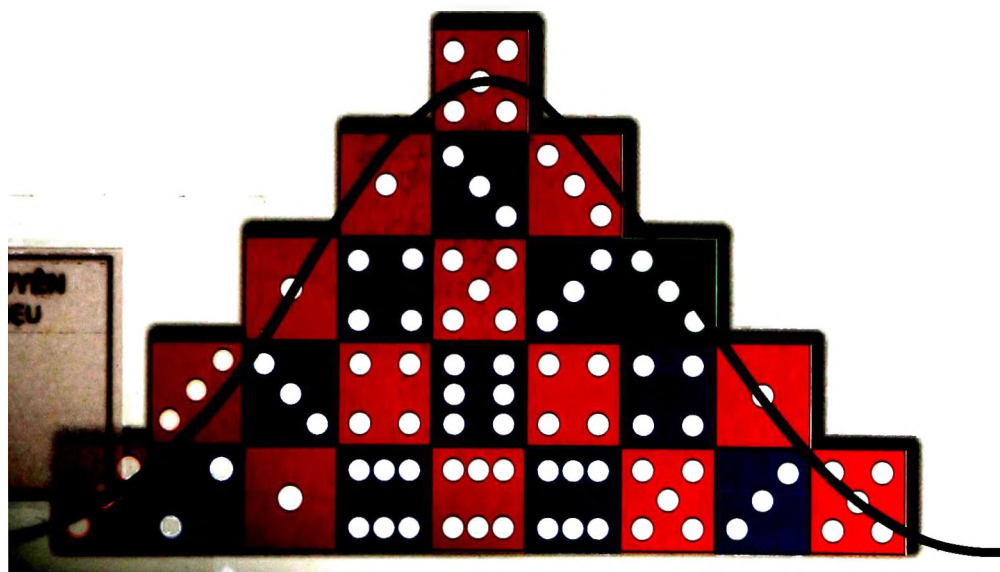


NHỮNG CÂU CHUYỆN

lý thú

về

**Xác suất**





NGUYỄN BÁ ĐÔ

**NHỮNG CÂU CHUYỆN LÝ THÚ  
VỀ XÁC SUẤT**

**NHÀ XUẤT BẢN DÂN TRÍ**

**Cùng một tác giả**

**NGUYỄN BÁ ĐÔ**

1. Những câu chuyện lý thú về xác suất
2. Những câu chuyện lý thú về phương trình
3. Những câu chuyện lý thú về logic
4. Những câu chuyện lý thú về giới hạn
5. Những câu chuyện lý thú về hàm số
6. Những câu chuyện lý thú về hình học
7. Một số vấn đề toán học chưa giải quyết được

## LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách này kể *Những câu chuyện lý thú về xác suất*. Tuy vậy chúng tôi không có ý định và cũng không thể mô tả một cách hoàn chỉnh, liền mạch từng vấn đề của xác suất. Đó là nhiệm vụ của sách giáo khoa.

Trong quá trình từ dạy đến học, từ học đến hiểu, từ hiểu đến áp dụng, từ áp dụng đến sáng tạo đòi hỏi mỗi người phải tìm tòi, năng động. Sách giáo khoa chỉ cung cấp những điều cốt yếu, cho nên muốn hiểu đầy đủ và sâu sắc hơn từng vấn đề thì cần đọc các sách bổ khuyết. Và đây là cuốn sách bổ khuyết như vậy về xác suất.

Sách phục vụ học sinh, giáo viên phổ thông và những người yêu thích toán.

**Tác giả**



## 1. ĐIỀU HUYỀN ĐIỀU CỦA NGẪU NHIÊN

Các hiện tượng xảy ra trong thiên nhiên và cuộc sống hàng ngày đại thể có thể chia làm hai loại: một loại là các hiện tượng có tính xác định, còn loại kia là các hiện tượng tùy lúc.

Các hiện tượng có tính xác định như khi nào thì xuất hiện nhật thực, nguyệt thực, sao chổi, trong áp suất khí quyển tiêu chuẩn thì nước đun đến  $100^{\circ}\text{C}$  sẽ sôi,... Các hiện tượng này có thể biết trước và được gọi là các hiện tượng *tất nhiên*.

Các hiện tượng tùy lúc như số người sinh ra trong một ngày trên hành tinh chúng ta, trong một năm có mấy ngày mưa, kỳ xổ số tới vé nào sẽ trúng giải độc đắc, mực nước sông Hồng vào mùa lũ năm tới sẽ như thế nào, gieo một con xúc xắc thì mặt trên của nó sẽ xuất hiện mấy chấm, viên đạn bắn vào bia có trúng bia hay không... Các hiện tượng này không đoán trước được và được gọi là các hiện tượng *ngẫu nhiên*.

Tuy các hiện tượng ngẫu nhiên không đoán trước được nhưng người ta có thể nghiên cứu các hệ thống những hiện tượng ngẫu nhiên để từ đó rút ra được các *quy luật ngẫu nhiên* và biểu diễn các quy luật này bằng các mô hình toán học, đồng thời lợi dụng được những hiện tượng ngẫu nhiên, thậm chí "sản xuất" ra những hiện tượng ngẫu nhiên tuân theo các quy luật để dùng vào những tính toán cụ thể.

Nhìn bề ngoài thì khi quan sát một hiện tượng ngẫu nhiên, không thể đoán biết trước được, nhưng nhiều lần quan sát một hiện tượng ngẫu nhiên thì có thể tìm ra được quy luật của nó.

Khi lặp lại nhiều lần cùng một phép thử trong những điều kiện như nhau, người ta thấy tính ngẫu nhiên mất dần và khả năng xảy ra hiện tượng sẽ được thể hiện theo những quy luật nhất định, đó là *quy luật xác suất*. Từ đó thấy rằng, có thể định lượng (đo lường) khả năng khách quan xuất hiện một hiện tượng nào đó. Con số đặc trưng cho khả năng này gọi là *xác suất*.

Người ta định nghĩa xác suất như sau:

Xác suất ( $p$ ) xuất hiện hiện tượng (thuật ngữ chuyên môn gọi là biến cố)  $A$  trong một phép thử là tỷ số giữa số kết cục thuận lợi ( $m$ ) cho  $A$  và tổng số các kết cục đồng khả năng ( $n$ ) có thể xảy ra khi thực hiện phép thử đó:

$$p(A) = \frac{m}{n} \quad (1 - 1)$$

Xác suất của một biến cố bất kỳ nằm giữa 0 và 1.

Biến cố không thể có ứng với xác suất 0, còn biến cố chắc chắn ứng với xác suất 1.

Ví dụ, nếu trong túi vải có  $a$  quả bóng trắng,  $b$  quả bóng đen, ta lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng thì xác suất để lấy được quả bóng trắng là:

$$p(A) = \frac{a}{a + b} \quad (1 - 2)$$

và xác suất để lấy được quả bóng đen là:

$$p(A) = \frac{b}{a + b} \quad (1 - 3)$$

Một người muốn gọi điện thoại cho bạn nhưng quên mất hai số cuối, chỉ nhớ rằng đó là hai số không giống nhau. Vậy cần quay mấy lần thì đúng số cần gọi?



Số kết cục đồng khả năng ( $n$ ) ở đây là tất cả các phương thức để lập nên một cặp hai số khác nhau từ 10, nó bằng số chỉnh hợp chập 2 từ 10. Như vậy  $n = A_{10}^2 = 10.9 = 90$ . Do đó cần quay tối đa là 90 lần thì sẽ được đúng số cần gọi. Tất nhiên là phải quay đúng các số đầu.

Trong sản xuất có rất nhiều ngành liên quan đến xác suất. Ví dụ như ngành Bưu điện cần bao nhiêu tuyến đường dây, cần bao nhiêu công nhân,... để phục vụ được các nhu cầu của xã hội. Nếu chọn ít hơn yêu cầu thì không đủ phục vụ, nếu chọn nhiều hơn yêu cầu thì tốn kém. Hoặc như trong Quốc phòng, việc bố trí binh lực, ý đồ chiến lược, phương án tác chiến,... đều phải sử dụng xác suất.

Ví dụ như, khi gieo đồng tiền bằng kim loại, nếu gieo một lần thì khó lòng đoán trước được chính xác là sấp hay ngửa, nhưng gieo nhiều lần (càng nhiều càng tốt) thì số lần xuất hiện mặt sấp và số lần xuất hiện mặt ngửa là gần như nhau, như kết quả thí nghiệm sau đây (bảng 1 - 1):

**Bảng 1 - 1**

Người thí nghiệm	Số lần gieo (n)	Số lần ngửa (m)	Xác suất của số lần ngửa (m)/số lần gieo (n)
1. Dimoken	2 048	1 061	0,5181
2. C. Buffon	4 040	2 048	0,5069
3. K. Pearson	12 000	6 019	0,5016
4. K. Pearson	24 000	12 012	0,5005

Từ bảng 1 - 1 thấy rằng, số lần gieo càng nhiều thì xác suất càng gần đến 0.5. Vậy thì có điều huyền bí gì đây?

Năm 1657 Christian Huygens (4/4/1629 - 8/7/1695) người Hà Lan đã viết bản luận văn hình thức đầu tiên về xác suất dựa trên các thư từ qua lại giữa Blaise Pascal (bút danh là Lovis de Montalte hoặc Amos Dettonville) (19/6/1623 - 19/8/1662) người Pháp và Pierre de Fermat (17/8/1601 - 12/1/1665) cũng người Pháp. Đây là tài liệu giải thích tốt nhất về xác suất tính đến cuối năm 1713, khi xuất hiện cuốn "Thuật suy đoán" (Ars conjectandi) của Jacob Bernouilli (27/12/1654 - 16/8/1705). Trong kiệt tác này, J.Bernouilli đã trình bày xác suất một cách sâu sắc hơn nhiều và đã chứng minh một định luật rất có ý nghĩa về xác suất. Định luật này như sau:



*P. de Fermat*



*B. Pascal*



*Ch. Huygens*

"Khi số lần thí nghiệm càng nhiều thì khả năng có sai lệch giữa xác suất và tần suất xuất hiện của hiện tượng là rất nhỏ. Nói cách khác, khi số lần thí nghiệm càng nhiều thì tần suất xuất hiện của hiện tượng ngẫu nhiên A dao động một cách ổn định gần giá trị  $p$  nào đó. Giá trị này gọi là xác suất của hiện tượng ngẫu nhiên A. Vậy có thể dùng tần suất để thay thế xác suất".

Định luật này đã làm cho tên tuổi của J.Bernouilli mãi mãi được ghi vào sử sách.