



CK.0000070748

BỘ CÔNG THƯƠNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

ThS. NGUYỄN KHẮC TRIỀU
(Chủ biên)

T TOÁN TỬ

trong không gian

BANACH

NGUYỄN
C LIÊU



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

BỘ CÔNG THƯƠNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SAO ĐỎ

ThS. Nguyễn Khắc Triệu (*Chủ biên*)
ThS. Trần Thị Luyên

TOÁN TỬ TRONG KHÔNG GIAN BANACH



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

HÀ NỘI - 2014

100%

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	
Phần I. TOÁN TỬ TUYẾN TÍNH TRONG KHÔNG GIAN BANACH	
Chương 1. KHÔNG GIAN BANACH.....	
1.1. Định nghĩa và các ví dụ về không gian Banach	
1.2. Một số tính chất của không gian Banach	
1.2.1. Tập lồi và tập bị chặn.....	
1.2.2. Chuỗi trong không gian Banach.....	
1.2.3. Một vài định lý quan trọng của không gian Banach.....	
1.2.4. Phép tính vi phân trong không gian Banach.....	
1.2.5. Đạo hàm Frechet của ánh xạ giữa các không gian Banach.....	
1.2.6. Định lý Lagrange đối với ánh xạ giữa các không gian Banach.....	
1.2.7. Đạo hàm Frechet của ánh xạ hợp.....	
1.2.8. Đạo hàm Frechet của ánh xạ ngược.....	
1.2.9. Công thức Taylor đối với ánh xạ giữa các không gian.....	
1.2.10. Cực trị địa phương của phiếm hàm trong không gian Banach.....	
1.2.11. Đạo hàm Frechet.....	
1.2.12. Mối quan hệ với các không gian Hilbert.....	
1.2.13. Không gian tuyến tính.....	
1.2.14. Không gian đếm được chuẩn.....	
1.2.15. Mối quan hệ giữa không gian đếm được chuẩn với không gian lồi địa phương.....	
Chương 2. TOÁN TỬ TUYẾN TÍNH BỊ CHẶN	
2.1. Định nghĩa, ví dụ.....	
2.2. Các phép toán trên các toán tử tuyến tính	
2.3. Tính liên tục và bị chặn của toán tử tuyến tính	
2.4. Không gian các toán tử tuyến tính liên tục.....	
2.5. Toán tử liên hợp.....	
2.6. Toán tử hoàn toàn liên tục (toán tử compact).....	
2.6.1. Định nghĩa, ví dụ.....	
2.6.2. Tính chất.....	



2.7. rno của toan tử tuyến tính liên tục	97
2.7.1. Định nghĩa và sự tồn tại giá trị phổ	97
2.7.2. Bán kính phổ	104
2.7.3. Ứng dụng lý thuyết phổ vào xét sự tồn tại nghiệm của phương trình tích phân	105
2.8. Toán tử tuyến tính bị chặn trong không gian Hilbert	109
Chương 3. TOÁN TỬ TUYẾN TÍNH KHÔNG BỊ CHẶN	114
3.1. Các định nghĩa và ví dụ	114
3.2. Toán tử vi phân cấp 2	117
3.3. C – nửa nhóm khả tích	121
BÀI TẬP PHẦN 1	128
Phần 2. TOÁN TỬ TÍCH PHÂN KỶ DỊ NHIỀU CHIỀU	131
Chương 1. TÍCH PHÂN TRONG KHÔNG GIAN NHIỀU CHIỀU – TÍCH CHẬP – BIẾN ĐỔI FOURIER	133
1.1. Tích phân suy rộng	133
1.2. Tích phân mặt loại hai	137
1.3. Tích phân giá trị chính	139
1.4. Tích chập	140
1.5. Biến đổi Fourier	142
1.5.1. Phép biến đổi Fourier trong không gian $L^1(E_n)$	142
1.5.2. Phép biến đổi Fourier trong không gian $L^2(E_n)$	151
Chương 2. TOÁN TỬ TÍCH PHÂN KỶ DỊ VÀ CÁC ỨNG DỤNG	154
2.1. Định nghĩa toán tử tích phân kỳ dị	154
2.1.1. Biến đổi Hilbert và kết quả	154
2.1.2. Toán tử tích phân kỳ dị	159
2.2. Toán tử tích phân kỳ dị với nhân lẻ	161
2.3. Toán tử tích phân kỳ dị với nhân chẵn	169
2.4. Một số ứng dụng của toán tử tích phân kỳ dị	175
2.4.1. Sự tồn tại vết của hàm vecto trên mặt phẳng	176
2.4.2. Bất đẳng thức trên biên của hàm điều hòa	179
BÀI TẬP PHẦN 2	183
TÀI LIỆU THAM KHẢO	187

Lời nói đầu

Sự xuất hiện của lý thuyết toán tử đánh dấu một bước ngoặt trong quá trình phát triển toán học và quá trình nghiên cứu phát triển hoàn thiện lý thuyết toán tử đã đem lại những thành tựu to lớn đã góp phần giải quyết nhiều vấn đề quan trọng trong lĩnh vực toán học và vật lý.

Khi nghiên cứu lý thuyết toán tử, một trong những vấn đề được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu đó là lý thuyết toán tử tuyến tính, toán tử tích phân. Nhiều tính chất quan trọng của lý thuyết toán tử tuyến tính, toán tử tích phân đã được tìm ra và biết đến với nhiều ứng dụng phong phú.

Từ việc nghiên cứu lý thuyết toán tử, nhiều nhà toán học đã không ngừng phát triển nghiên cứu khía cạnh bị chặn và không bị chặn của toán tử tuyến tính trong không gian Banach. Với những kết quả đã đạt được của lý thuyết toán tử như việc nghiên cứu sự tồn tại nghiệm, sự duy nhất nghiệm của phương trình vi phân, phương trình tích phân.... đã giải quyết được một số vấn đề quan trọng của phương trình toán tử.

Lý thuyết toán tử tích phân kỳ dị là một bộ phận của Giải tích điều hòa, khởi đầu của lý thuyết toán tử giá trị phân và một số phương pháp hiện đại trong Giải tích và Phương trình đạo hàm riêng.

Hơn nữa trong các bài toán của cơ học đàn hồi và của lý thuyết thế vị, một số các đại lượng cần tính toán được biểu diễn dưới dạng toán tử tích phân kỳ dị, do đó có thể được xác định một cách hữu hiệu hơn.

Trong cuốn sách này chúng tôi đưa ra các khái niệm, tính chất của lý thuyết toán tử tuyến tính, toán tử tích phân kỳ dị nhiều chiều. Chỉ ra mối liên hệ giữa toán tử tích phân kỳ dị nhiều chiều với lý thuyết giá trị phân. Đưa ra các

ứng dụng của lý thuyết toán tử, toán tử tích phân kỳ dị vào các bài toán hàm điều hòa.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng trong quá trình biên soạn tuy nhiên khó tránh khỏi các thiếu sót. Vì vậy nhóm tác giả rất mong nhận được sự quan tâm, đóng góp của bạn đọc để nội dung cuốn sách ngày càng được hoàn thiện hơn cho lần tái bản sau.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về địa chỉ: Bộ môn Toán - Khoa Khoa học cơ bản - Trường Đại học Sao Đỏ, 24 Thái Học - phường Sao Đỏ - thị xã Chí Linh - tỉnh Hải Dương.

Xin trân trọng cảm ơn!

Các tác giả

Phần 1.

**TOÁN TỬ TUYẾN TÍNH
TRONG KHÔNG GIAN BANACH**



