# CHƯƠNG 1

# LÃI SUẤT (INTEREST RATE)

**Mục tiêu của chương:**

Giá trị của tiền tệ theo thời gian là một khái niệm cơ bản trong tài chính. Một khoản tiền được gửi vào ngân hàng hôm nay, sau một thời gian sau sẽ tạo nên một số tiền tích luỹ cao hơn số tiền bỏ ra ban đầu. Sự thay đổi số lượng tiền sau một thời gian nào đó biểu hiện giá trị theo thời gian của đồng tiền. Ý nghĩa của tiền phải được xem xét trên hai khía cạnh: số lượng và thời gian.

Giá trị của đồng tiền theo thời gian được biểu hiện qua lợi tức và tỷ suất lợi tức (lãi suất). Các khái niệm cơ bản này sẽ được trình bày trong chương 1 bên cạnh hai phương thức tính lợi tức (lãi đơn, lãi kép), các loại lãi suất (lãi suất hiệu dụng, lãi suất chiết khấu, lãi suất danh nghĩa). Ngoài ra, sinh viên sẽ biết cách xác định giá trị của một khoản vốn tại một thời điểm nhất định (vốn hoá, hiện tại hoá) sau khi học xong chương này.

**Số tiết: 6 tiết**

***Tiết 1, 2, 3:***

## 1.1. Lợi tức (interest) và tỷ suất lợi tức (lãi suất – interest rate)

### 1.1.1. Lợi tức

Lợi tức là một khái niệm được xem xét dưới hai góc độ khác nhau: góc độ của người cho vay và của người đi vay.

- Ở góc độ người cho vay hay nhà đầu tư vốn, lợi tức là số tiền tăng thêm trên số vốn đầu tư ban đầu trong một khoảng thời gian nhất định. Khi nhà đầu tư đem đầu tư một khoản vốn, nhà đầu tư sẽ thu được một giá trị trong tương lai lớn hơn giá trị đã bỏ ra ban đầu và khoản chênh lệch này được gọi là lợi tức.

- Ở góc độ người đi vay hay người sử dụng vốn, lợi tức là số tiền mà người đi vay phải trả cho người cho vay (là người chủ sở hữu vốn) để được sử dụng vốn trong một thời gian nhất định. Trong thời gian cho vay, người cho vay có thể gặp phải những rủi ro như: người vay không trả lãi hoặc không hoàn trả vốn vay. Những rủi ro này sẽ ảnh hưởng đến mức lợi tức mà người cho vay dự kiến trong tương lai.

Khoản tiền đi vay (hay bỏ ra để cho vay) ban đầu gọi là vốn gốc. Số tiền nhận được từ khoản vốn gốc sau một khoản thời gian nhất định gọi là giá trị tích luỹ.

### 1.1.2. Tỷ suất lợi tức (lãi suất)

$$\text{Lãi suất} = \frac{\text{Lãi thu được (phải trả) trong một đơn vị thời gian}}{\text{Vốn gốc}}$$

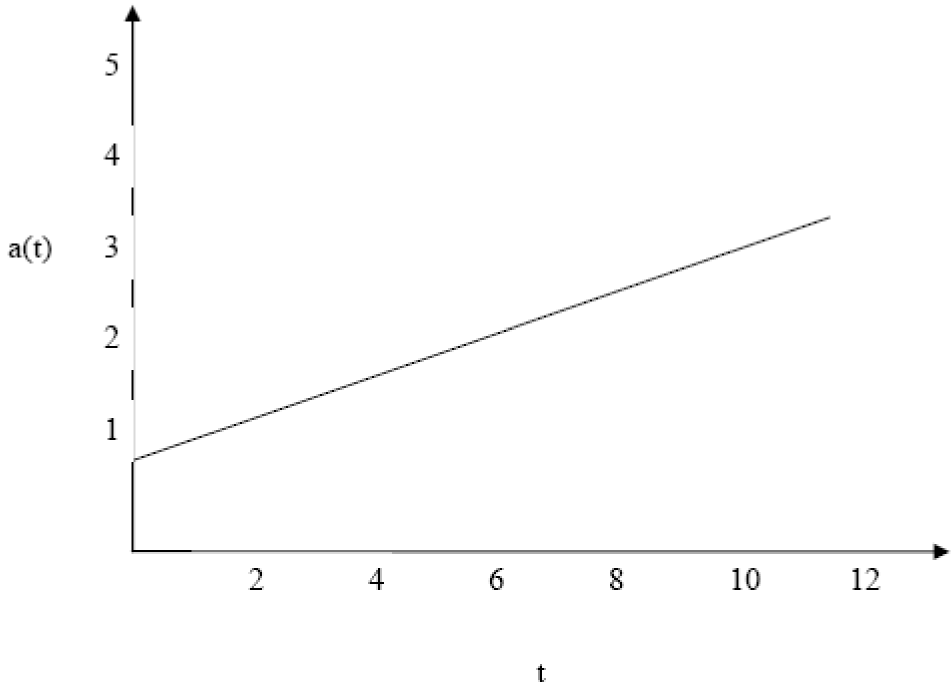
Tỷ suất lợi tức (lãi suất) là tỷ số giữa lợi tức thu được (phải trả) so với vốn đầu tư (vốn vay) trong một đơn vị thời gian.

Đơn vị thời gian là năm (trừ trường hợp cụ thể khác)

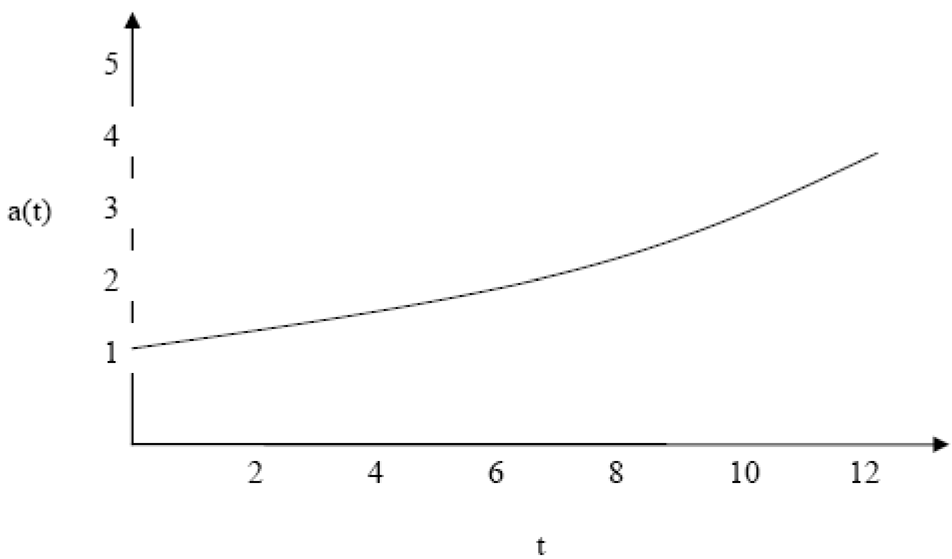
## 1.2. Lãi suất hiệu dụng (effective interest rate)

Giả sử ta đầu tư một khoản tiền ban đầu là 1 VND và mong muốn nhận được một khoản tiền sau khoảng thời gian t là a(t). Ở đây, ta mặc định đơn vị của t là năm (trừ các trường hợp cụ thể khác). Hàm số a(t) được gọi là hàm vốn hoá (function of capitalization). Hàm vốn hoá có thể có các dạng sau:

- $a(t) = 1 + i.t \ (i>0)$




- $a(t) = (1 + i)^t$ $(i>0)$




Trong đó, i là lã i suất.

Ta có thể rút ra 3 đặc điểm về hàm vốn hoá như sau:

- $a(0) = 1$

- a(t) là một hàm đồng biến

- a(t) là một hàm liên tục nếu lợi tức tăng liên tục

Về mặt toán học, a(t) có thể là hàm nghịch biến. Tuy nhiên, trường hợp này hiếm xảy ra trên thực tế. Có một số tình huống, hàm a(t) không liên tục mà liên tục trong từng đoạn. Ví dụ :

- $a(t) = (1+i.[t])$

- $a(t) = (1+i)^{[t]}$

Trong đó : [t] là phần nguyên của t (ví dụ [1.75]=1)

Giả sử vốn gốc đầu tư ban đầu là k, k>0. Chúng ta sẽ mong muốn giá trị tích luỹ từ khoảng đầu tư ban đầu này sau t kỳ là A(t). Hàm A(t) này sẽ được gọi là hàm tích lũy vốn. Ta có : A(t) = k.a(t) với các đặc điểm sau :

- $A(0) = k$

- A(t) là hàm đồng biến

- A(t) là một hàm liên tục nếu lợi tức tăng liên tục

Khi đó, lợi tức của kỳ thứ n sẽ là :

$$I_n = A(n) - A(n-1)$$

Trong đó, A(n) và A(n-1) lần lượt là các giá trị tích luỹ vốn sau n và (n – 1) kỳ. Do đó, sự chênh lệch giữa hai giá trị này chính là lợi tức của kỳ thứ n.

Lãi suất hiệu dụng của kỳ thứ n, ký hiệu là $i_n$, chính là tỷ số giữa khoản lợi tức thu được trong kỳ thứ n và số vốn tích luỹ vào đầu kỳ thứ n :

$$i_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n-1)} = \frac{I(n)}{A(n-1)} \quad (1)$$

Trong đó, n là số nguyên và > 1.

Lãi suất hiệu dụng cũng có thể viết theo hàm vốn hoá như sau :

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{a(n)}{a(n-1)} - 1 \quad (2)$$

**<u>Ví dụ:</u>**

Lãi suất hiệu dụng của kỳ thứ 1, $i_1$, sẽ là :

$$i_1 = \frac{A(1) - A(0)}{A(0)} = \frac{I_1}{A(0)}$$

hay $$i_1 = \frac{a(1) - a(0)}{a(0)} = \frac{a(1)}{a(0)} - 1 = a(1) - 1$$ (vì a(0) = 1)

=> $a(1) = 1 + i_1$

Nói các khác, $i_1$ là lợi tức mà 1VND bỏ ra đầu tư vào đầu kỳ thứ nhất mang lại vào cuối kỳ thứ nhất (lợi tức trả vào cuối kỳ).

***<u>Ghi chú :</u>***

- Khái niệm « lãi suất hiệu dụng » được sử dụng nhằm phân biệt với lãi suất danh nghĩa (sẽ được trình bày ở phần sau). Trong trường hợp lãi suất hiệu dụng, lợi tức được trả một lần trong một kỳ. Ngược lại, trong trường hợp lãi suất danh nghĩa, lợi tức có thể được trả nhiều lần trong một kỳ.

- Ở đây, lợi tức được trả vào cuối mỗi kỳ. Trường hợp lợi tức được trả vào đầu kỳ sẽ được trình bày ở phần sau. Khi đó, lãi suất sử dụng được gọi là lãi suất chiết khấu.

- Vốn gốc đầu tư là hằng số trong suốt giai đoạn đầu tư, không thêm vào cũng như không rút ra.

- Lãi suất hiệu dụng thường được trình bày ở dạng thập phân.

Từ phương trình (1), ta sẽ có :

$A(n) = A(n-1) + i_n.A(n-1) = (1+i_n).A(n-1)$

Do đó:

$A(1) = A(0) + i_1.A(0) = (1+i_1).A(0)$

$A(2) = A(1) + i_2.A(1) = (1+i_2).A(1) = (1+i_2).(1+i_1).A(0)$

…

$A(n) = A(n-1) + i_n.A(n-1) = (1+i_n).A(n-1) = (1+i_n)\ldots(1+i_2).(1+i_1).A(0)$

**<u>Ví dụ:</u>**

Một khoản vốn gốc là 1.000.000 VND được đầu tư trong 3 năm. Lãi suất hiệu dụng của năm đầu tiên là 7,5%, năm thứ hai là 7% và của năm thứ ba là 6,5%. Giá trị tích luỹ vào cuối năm thứ ba sẽ là bao nhiêu?

**Giải:**

$A(3) = (1+i_3).(1+i_2).(1+i_1).A(0) = (1+7,5\%).(1+7\%).(1+6,5\%).1000000$

$= 1.225.016$ VND

## 1.3. Lãi đơn (Simple Interest) và lãi kép (Composed Interest)

Trong phần này sẽ trình hai trường hợp điển hình của hàm vốn hoá: trường hợp lãi đơn và trường hợp lãi kép.

### 1.3.1. Lãi đơn (Simple Interest)

Phương thức tính lãi theo lãi đơn là phương thức tính toán mà tiền lãi sau mỗi kỳ không được nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ sau. Tiền lãi của mỗi kỳ đều được tính theo vốn gốc ban đầu và đều bằng nhau.

Giả sử một khoản vốn gốc đầu tư ban đầu là 1VND và mỗi kỳ thu được một khoản lợi tức không đổi là i (ở đây lưu ý giá trị không đổi là lợi tức, không phải là lãi suất hiệu dụng). Do đó, đối với hàm vốn hoá, ta sẽ có:

$a(1) = 1 + i$

$a(2) = 1 + i + i = 1 + i.2$

…

$a(t) = 1 + i.t$

với $t \in N$

Trước đây, ta đã định nghĩa hàm vốn hoá với t là một số nguyên dương. Tuy nhiên, hàm vốn hoá vẫn có thể định nghĩa với mọi số thực $t \geq 0$. Khi đó, hàm vốn hoá trong trường hợp lãi đơn là:

$a(t) = 1 + i.t \quad (t \geq 0) \quad (3)$

i được gọi là lãi suất đơn.

Hàm tích lũy vốn trong trường hợp này sẽ là:

$$A(t) = k.a(t) = k(1+ i.t) \quad (4)$$

Lợi tức của mỗi kỳ là:

$$I = k.i \quad (5)$$

*Trong đó:* k là vốn đầu tư ban đầu, i là lãi suất đơn

**Ghi chú:**

Trong trường hợp lãi đơn, lãi suất hiệu dụng của kỳ thứ n sẽ được tính theo công thức sau:

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{1 + in - [1 + i(n-1)]}{1 + i(n-1)} = \frac{i}{1 + i(n-1)}$$

$$i_n = \frac{i}{1 + i(n-1)} \quad (6)$$

=> n càng tăng, lãi suất hiệu dụng $i_n$ càng giảm.

**Ví dụ:**

Một khoản vốn gốc là 5.000.000VND được đầu tư trong 3 năm với lãi suất đơn là 7%. Giá trị tích luỹ của khoản vốn này vào cuối năm thứ 3 là bao nhiêu?

$$A(3) = k(1+ i.3) = 5.000.000\ (1+0,07x3) = 6.050.000 \text{ VND}$$

***Chú ý:*** ***Lãi đơn chủ yếu được dùng cho các đầu tư ngắn hạn.***

Trong một số trường hợp, thời gian đầu tư được tính chính xác theo ngày (ví dụ: A gửi một số tiền vào ngân hàng vào ngày 01/09/2007 với lãi suất 9% và rút tổng giá trị tích luỹ vào ngày 13/10/2007), lợi tức được tính theo công thức sau:

$$I = k.i\frac{n}{N} \quad (7)$$

*Trong đó:* n: thời gian đầu tư

N: số ngày trong năm

n, N được xác định như sau:

- *Cách 1:* Tính số ngày chính xác của đầu tư và quy ước mỗi năm là 365 ngày.

- *Cách 2:* Quy ước mỗi năm 360 ngày và mỗi tháng 30 ngày.

- *Cách 3:* Tính số ngày chính xác của đầu tư và quy ước mỗi năm là 360 ngày.

Trong một số trường hợp cụ thể, có thể tính số ngày chính xác của đầu tư và quy định số ngày của mỗi năm là 365 đối với năm thường và 366 đối với năm nhuận.

**Ví dụ:**

Vào ngày 08/03/2006, Hoà gửi vào ngân hàng 40.000.000 VND với lãi suất đơn là 8% và rút tiền ra vào ngày 11/09/2006. Tính lợi tức Hoà thu được theo 3 phương pháp trên.

- Cách 1: Số ngày gửi tiền từ 08/03/2006 đến 11/09/2006 sẽ là: 187 ngày.

$$I = 40.000.000 \times 8\% \times \frac{187}{365} = 1.639.452 \text{ VND}$$

- Cách 2: Số ngày gửi tiền từ 08/03/2006 đến 11/09/2006 sẽ là: 183 ngày.

$$I = 40.000.000 \times 8\% \times \frac{183}{360} = 1.626.667 \text{ VND}$$

- Cách 3: Số ngày gửi tiền từ 08/03/2006 đến 11/09/2006 sẽ là: 187 ngày.

$$I = 40.000.000 \times 8\% \times \frac{187}{360} = 1.662.222 \text{ VND}$$

### 1.3.2. Lãi kép (Composed Interest)

Phương thức tính theo lãi kép là phương thức tính toán mà tiền lãi sau mỗi kỳ được nhập vào vốn để đầu tư tiếp và sinh lãi cho kỳ sau. Thông thường, đối với các giao dịch tài chính, lãi suất được sử dụng là lãi kép.

Giả sử vốn gốc đầu tư ban đầu là 1VND. Hàm vốn hoá của kỳ thứ nhất sẽ là:

$a(1) = 1 + i$

$a(2) = 1 + i + i + i^2$

1: vốn gốc ban đầu

i thứ nhất: lợi tức sinh ra trong kỳ thứ nhất của vốn gốc 1VND

i thứ hai: lợi tức sinh ra trong kỳ thứ hai của vốn gốc 1VND

$i^2$: lợi tức sinh ra trong kỳ thứ hai từ khoản lợi tức i của kỳ thứ nhất

Có thể viết cách khác:

$a(2) = (1+i) + (1+i).i$

$(1+i)$: giá trị tích luỹ vào đầu kỳ thứ 2 (cuối kỳ thứ 1)

$(1+i).i$: lợi tức sinh ra trong kỳ thứ 2 từ giá trị tích lũy $(1+i)$ vào đầu kỳ thứ 2

$a(2) = (1+i)^2$

Tương tự:

$a(3) = (1+i)^2 + (1+i)^2.i$

$(1+i)^2$: giá trị tích luỹ vào đầu kỳ thứ 3 (cuối kỳ thứ 2)

$(1+i)^2.i$: lợi tức sinh ra trong kỳ thứ 3 từ $(1+i)^2$

$a(3) = (1+i)^3$

Tương tự, ta sẽ rút ra được hàm vốn hoá là:

$a(t) = (1+i)^t$ với t là một số nguyên dương

Đây chính là phương thức tính lãi theo lãi kép. Ở đây, hàm vốn hoá được định nghĩa với mọi số t nguyên dương. Tuy nhiên, hàm vốn hoá vẫn có thể định nghĩa với $t \geq 0$ với giả thiết là hàm vốn hoá là hàm liên tục và lợi tức thu được từ khoản vốn gốc 1VND đầu tư ban đầu tại thời điểm t+s ($t,s \geq 0$) là tổng của lợi tức thu được từ 1VND ban đầu tại thời điểm t và lợi tức thu từ giá trị tích luỹ tại thời điểm t trong khoảng thời gian s. Với giả thiết này, hàm vốn hoá trong trường hợp lãi kép sẽ là :

a(t) = (1+i)t với t ≥ 0 (8)

i : lãi suất kép

**Ghi chú:**

Trong trường hợp lãi kép, lãi suất hiệu dụng của kỳ thứ n sẽ được tính theo công thức sau:

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{(1+i)^t - (1+i)^{t-1}}{(1+i)^{t-1}} = i$$

in = i (9)

Lãi suất hiệu dụng không thay đổi và bằng với lãi suất kép.

Hàm tích lũy vốn trong trường hợp lãi kép là:

A(t) = k.a(t) = k(1+ i)t (10)

Lợi tức của kỳ thứ n là:

$I_n = A(n) – A(n-1) = k(1+ i)^t - k(1+ i)^{t-1} = k(1+ i)^{t-1}.i$

In = k(1+ i)t-1.i (11)

*Trong đó:* k là vốn đầu tư ban đầu, i là lãi suất kép

**Ví dụ:**

Một khoản vốn gốc là 5.000.000VND được đầu tư trong 3 năm với lãi suất kép là 7%. Giá trị tích luỹ của khoản vốn này vào cuối năm thứ 3 là bao nhiêu?

**Giải:**

$A(3) = k(1+ i)^3 = 5.000.000\ (1+0,07)^3 = 6.125.215$ VND

### 1.3.3. So sánh lãi đơn và lãi kép

| | **Lãi đơn** | **Lãi kép** |
|---|---|---|
| Hàm vốn hoá | $a(t)_đ = 1+ i.t$ | $a(t)_k = (1+i)^t$ |
| Hàm tích luỹ | $A(t)_đ = k.a(t)_đ = k(1+ i.t)$ | $A(t)_k = k.a(t)_k = k(1+ i)^t$ |
| Lợi tức của kỳ thứ n | $I_{nđ} = k.i$ | $I_{nk} = k(1+ i)^{t-1}.i$ |